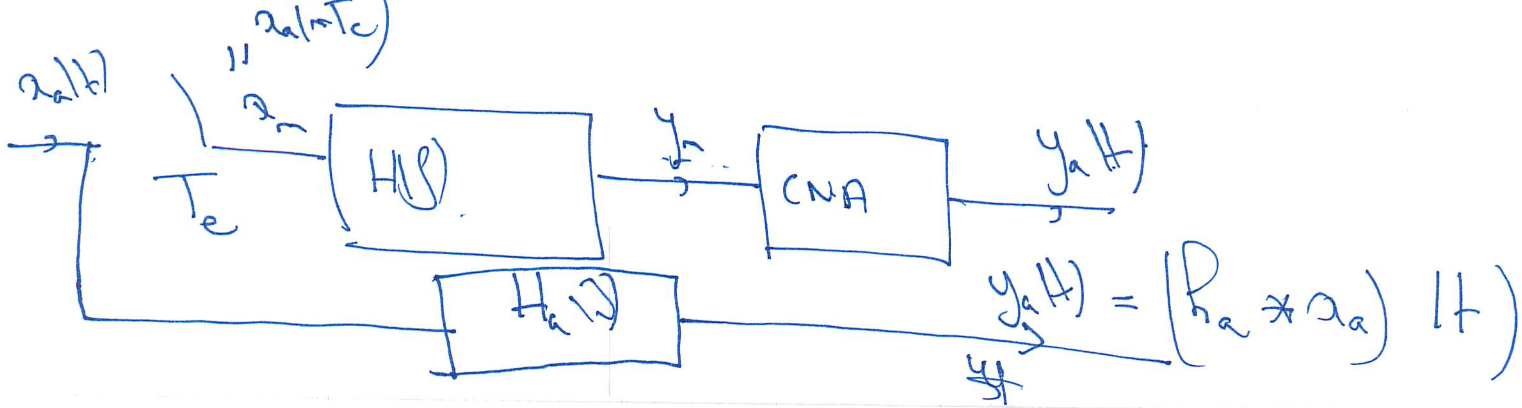
①

2 signaux $z_{a,1}(t)$ et $z_{a,2}(t)$ de bandes passantes incluses dans $[-B, B]$

On a ~~montré~~ montré que :

$$(z_{a,1} * z_{a,2})(t) = T_e \sum_{n \in \mathbb{Z}} z_{a,1}(nT_e)\, z_{a,2}(t - nT_e)$$

En déduire que si $H_a(\nu)$ est 1 filtre analogique de réponse impulsionnelle $h_a(t)$, avec $H_a(\nu) = 0$ si $|\nu| > B$, ~~alors,~~ et si $x_a(t)$ est l'entrée du filtre, supposée vérifier $X_a(\nu) = 0$ si $|\nu| > B$, on peut trouver un filtre numérique tel que :



$$\left| \begin{aligned} h_a(t) &= z_{a,1}(t) \\ x_a(t) &= z_{a,2}(t) \end{aligned} \right.$$

2

$$y_a(t) = (h_a * x_a)(t) = T_e \sum_m h_a(mT_e)\, x_a(t - mT_e)$$

Tout marche si et seulement si $y_n = y_a(nT_e)$. pour tout n

$$y_a(nT_e) = T_e \sum_m h_a(mT_e)\, x_a\big((n-m)T_e\big)$$

$$x_n = x_a(nT_e)$$

$$y_a(nT_e) = (h * x)_n \qquad h\ ?$$

$$y_a(nT_e) = \sum_m \underbrace{T_e h_a(mT_e)}\, x_{n-m}$$

$$y_a(nT_e) = \sum_m h_m\, x_{n-m} = (h * x)_n$$

$h_m = T_e\, h_a(mT_e)\ \forall m$

$$(h * x)_n = \sum_m h_\ell\, x_{n-\ell} = \sum_m h_m x_{n-m}$$

Si $H(f) = H_a(f F_e)$, alors, $y_n = y_a(nT_e) \quad \forall n$

Poisson pour $y_a(t)$: $Y_a(\nu) = T_e \sum_n y_a(nT_e)\, e^{-2i\pi n\nu T_e}$ si $\nu \in \left[-\frac{1}{2T_e}, \frac{1}{2T_e}\right]$

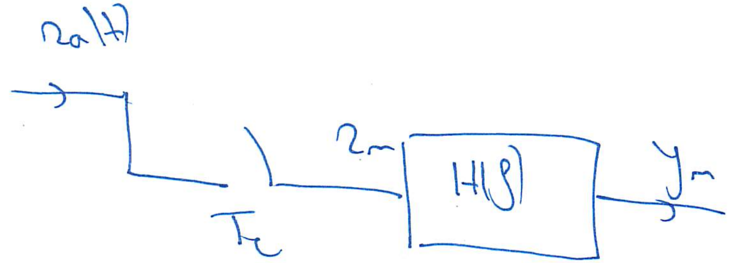
Vérifier que $y_n = y_a(nT_e) \quad \forall n \iff Y_a(\nu) = T_e \left(\sum_n y_n\, e^{-2i\pi n\nu T_e} \right) \quad \forall \nu \in \left[-\frac{1}{2T_e}, \frac{1}{2T_e}\right]$

$\iff Y_a(\nu) = T_e\, Y(\nu T_e) \quad \forall \nu \in \left[-\frac{1}{2T_e}, \frac{1}{2T_e}\right]$

$Y(f) = H(f)\, X(f) \Rightarrow Y(\nu T_e) = H(\nu T_e)\, X(\nu T_e)$

$H(f) = H_a(f F_e)$

$H(\nu T_e) = H_a(\nu)$



$\Rightarrow Y(\nu T_e) = H_a(\nu)\, X(\nu T_e)$

$\Rightarrow T_e\, Y(\nu T_e) = H_a(\nu)\, \underbrace{T_e\, X(\nu T_e)}$

Poisson pour $x_a(t)$: $X_a(\nu) = T_e\, X(\nu T_e)$

$T_e\, Y(\nu T_e) = H_a(\nu)\, X_a(\nu) = Y_a(\nu)$