Licence SM, Examen de traitement du signal numérique

Durée 2h, Documents interdits.

Exercice 1 On considère le signal à temps discret $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ défini par $x_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n$ si $n \geq 0$ et $x_n = 0$ si $n < 0$. Calculer la transformée en z du signal x. Faire de même avec les signaux $(\Upsilon_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ et $(\Upsilon_n + 2\Upsilon_{n-2})_{n\in\mathbb{Z}}$, où $(\Upsilon_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ représente l'échelon unité d'Heaviside. Calculer le signal obtenu en faisant le produit de convolution de x_n avec $\Upsilon_n + 2\Upsilon_{n-2}$.

Exercice 2 Calculer les signaux causaux dont les transformées en z sont données par $X_1(z) = \frac{1}{z(z-2)}$, $X_2(z) = \frac{2}{(z-2)^2}$, $X_3(z) = \frac{z+1}{(z-3)(z-4)}$, $X_4(z) = \frac{z+1}{z(z-3)(z-4)}$, $X_5(z) = \frac{1}{z^2+z+1}$.

Exercice 3. On considère le filtre causal défini par l'équation $y_n - \frac{1}{2}y_{n-1} + \frac{1}{18}y_{n-2} = x_n + 2x_{n-1}$. Calculer la fonction de transfert de ce filtre. Est-il stable ? Calculer sa réponse impulsionnelle.

Exercice 4. On considère le filtre de fonction de transfert $H(z) = \frac{z^2+4z+1}{z^3+2z^2+z+2}$. Déterminer l'équation aux différences finies liant l'entrée $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ et la sortie $(y_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ du filtre.