M2 TTT, Année 2022-2023

Examen de Communications Numériques.

1. Définir ce qu'est la bande passante d'un signal $x(t)$.

2. On considère un signal du type $x(t) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} a_n g(t - nT)$ où les a_n constituent une suite de symboles pouvant prendre les valeurs $+1$ ou -1.

2.1 Représenter le signal $x(t)$ entre 0 et $3T$ lorsque $g(t) = \sin \pi t/T$ sur $[0, T]$ et 0 ailleurs, et que $a_0 = 1, a_1 = -1, a_2 = +1$.

2.2. Le signal $x(t)$ a pour but d'acheminer les symboles $(a_n)_{n \in \mathbb{Z}}$. Quel est le nombre de symboles par seconde transmis via le signal $x(t)$?

2.3 D'une façon générale, comment sont reliées la bande passante de $x(t)$ et celle de $g(t)$?

2.4 On veut transmettre un débit symbole de 1 MHz. Peux-t-on utiliser un signal $x(t)$ associé à un filtre $g(t)$ de bande passante de 1 KHz ? Quelle valeur est-il raisonnable d'utiliser ? Expliquer **très précisemment** pourquoi en évoquant la condition de Nyquist.

2.5 On suppose à présent que les symboles a_n sont complexes, et appartiennent à l'ensemble $\{e^{2i\pi k/16}, k = 0, \ldots, 15\}$. Combien de bits par seconde le signal $x(t)$ transmet-il ?

2.6 Le signal $x(t)$ est transmis sur un support physique après avoir été transposé autour d'une fréquence porteuse f_0. Dans le cas d'un canal de propagation avec un unique trajet, le signal complexe reçu après démodulation $y(t)$ se met sous la forme $y(t) = \mu e^{-2i\pi f_0 \tau} x(t - \tau) + b(t)$ où $b(t)$ est la contribution du bruit. Que représente τ ? Quel traitement effectue-t-on pour extraire les symboles $(a_n)_{n \in \mathbb{Z}}$ du signal $y(t)$?

2.7 Est-il préférable d'utiliser des symboles valant ± 1 ou des symboles valant $\pm \frac{1}{\sqrt{2}} + \pm i \frac{1}{\sqrt{2}}$. ? Justifier la réponse de façon précise.

2.8 Dans le cas où le récepteur est mobile, avec un vitesse v, comment le signal reçu après démodulation $y(t)$ s'écrit-il ? En quoi la mobilité du récepteur implique-t-elle que la taille des paquets de symboles transmis ne doit pas être trop longue ?

2.9 Expliquer pourquoi on ne peut pas transmettre des débits symboles arbitrairement grands en utilisant un signal du type $x(t) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} a_n g(t - nT)$ dans un environnement de propagation où il existe des obstacles situés à quelques kilomètres du récepteur. Quelle type de forme d'onde alternative peut-on employer pour transmettre à haut débit ?

3. On se place à présent dans le cas d'un canal de propagation dans lequel un grand nombre L de trajets multiples arrivent au niveau du récepteur avec des temps d'arrivées $(\tau_l)_{l=1,\ldots,L}$ tels que $|\tau_k - \tau_l| << T$ quelque soient k et l. En supposant le récepteur fixe, expliquer en quoi il est raisonnable de modéliser le signal reçu $y(t)$ par $y(t) = \lambda x(t - \tau) + b(t)$ où λ est une variable aléatoire à valeurs complexes dont on donnera la loi de probabilité. La sortie du filtre adapté à l'instant $\tau + nT$ est alors égale à $y_n = \lambda a_n + b_n$. On pose $\delta^2 = \mathbb{E}(|\lambda|^2)$ et $\sigma^2 = \mathbb{E}(|b_n|^2)$, et on définit le rapport signal sur bruit Γ par $\Gamma = \frac{\delta^2}{\sigma^2}$. Comment définit-on la probabilité d'évanouissement profond ? Comment cette probabilité se comporte-elle en fonction de Γ quand Γ est grand ? Cette probabilité d'évanouissement profond étant trop grande, on utilise des techniques de diversité pour améliorer les performances. Quelles types d'approches de diversité utilise-t-on ? Si le récepteur ou l'émetteur est muni de 2 antennes, comment la probabilité d'évanouissement profond évolue-t-elle en fonction de Γ. Même question si on emploie un code correcteur d'erreur.

4. Dans le canal gaussien, donner l'équation permettant de calculer la capacité en fonction du rapport $\frac{E_b}{N_0}$. Expliquer pourquoi il est impossible de transmettre de façon fiable quand le rapport signal sur bruit est inférieur à -1,6 db.