

# Introduction à la couche physique des systèmes de communications numériques.

## Introduction.

### Système de Communications Numériques:

Acheminer une suite de 0 et de 1 d'un émetteur au récepteur.

L'information doit être véhiculée sur un support physique : assurer sa transmission de façon fiable.

- L'atmosphère (com. hertziennes) : systèmes sans fil
- La fibre optique
- Le câble téléphonique : téléphone fixe, ADSL
- Le réseau électrique
- L'eau (communications sous-marines)

Exemples de constituants d'une chaîne de com. num.

Les bits : suite  $(b_n)$  de 0 et de 1.

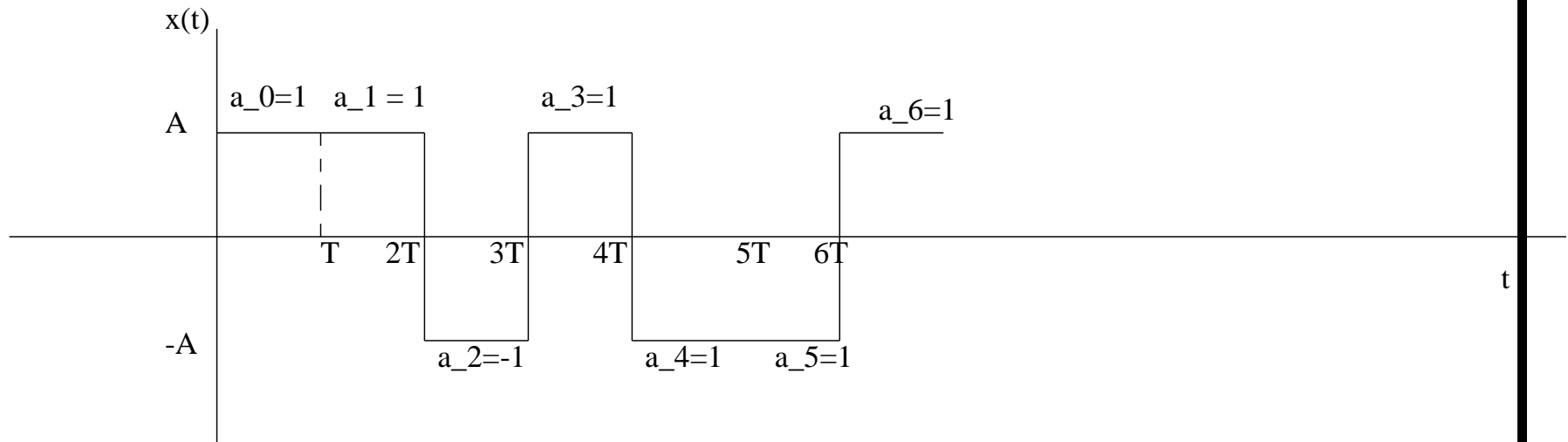
Les symboles : suite  $(a_n)$ , éventuellement complexe représentant les bits.

Exemples.

- Constellation BPSK :  $a_n = \pm 1$
- Constellation QPSK :  $a_n \in \{1, i, -1, -i\}$
- Constellation MPSK :  $a_n \in \{e^{\frac{2ik\pi}{M}}, k = 0, \dots, M - 1\}$
- Constellation QAM4 :  $a_n \in \{\frac{1}{\sqrt{2}}(\pm 1 + \pm i)\}$
- Constellation QAM16, QAM64, ...

La mise en forme des symboles : on associe à la suite  $(a_n)$  un signal à temps continu, le plus souvent de nature électrique.

### Exemple



$x(t) = A(a_0g(t) + a_1g(t - T) + a_2g(t - 2T) + \dots) = A \sum_n a_n g(t - nT)$  avec  $g(t) = 1$  si  $t \in [0, T[$  et  $g(t) = 0$  ailleurs.

On peut utiliser d'autres fonctions  $g(t)$ .

Si les  $a_n$  sont complexes,  $x(t) = x_1(t) + ix_2(t)$  : génération de deux signaux réels portant les parties réelles et imaginaires de  $(a_n)_{n \in \mathbb{Z}}$ .

### La modulation.

Le signal  $x(t)$  est transformé en un signal  $x_r(t)$ .

### Le signal modulé $x_r(t)$

$$\begin{aligned}x_r(t) &= \operatorname{Re}\left(\sum_{n \in \mathbb{Z}} a_n g(t - nT) e^{2i\pi f_0 t}\right) \\ &= \left(\sum_{n \in \mathbb{Z}} a_n^1 g(t - nT)\right) \cos(2\pi f_0 t) - \left(\sum_{n \in \mathbb{Z}} a_n^2 g(t - nT)\right) \sin(2\pi f_0 t)\end{aligned}$$

La suite  $a^1$  est portée par  $\cos(2\pi f_0 t)$  et  $a^2$  par  $\sin(2\pi f_0 t)$ .

Exemple de synoptique d'émetteur.



SYNOPTIQUE D'UN EMETTEUR

**Antenne** : fil métallique qui parcouru par un courant crée un champ électromagnétique proportionnel au courant.

**Champ Electromagnétique** : quelque chose qui se propage, et qui lorsqu'il rencontre un fil métallique, crée un courant qui lui est proportionnel.

### Le récepteur.

On reçoit sur l'antenne de réception le signal  $Ax_r(t - \tau) + v_r(t)$ .

$A$  atténuation entre l'émetteur et le récepteur,  $\tau$  durée de parcours de l'onde,  $v_r(t)$  un bruit additif.

On peut générer  $x(t - \tau)$  à partir de  $x_r(t - \tau)$ :

L'enveloppe complexe de  $x_r(t - \tau)$  :  $e^{-2i\pi f_0 \tau} x(t - \tau)$ .

On peut ainsi former  $y(t) = Ax(t - \tau)e^{-2i\pi f_0 \tau} + v(t)$ .

Echantillonnage aux instants  $\tau + nT$  et compensation de  $e^{-2i\pi f_0 \tau}$  :

$$y_n = Aa_n + v_n$$

Le récepteur: estimation des symboles.

Au vu de  $y_n$ , décider de "façon naturelle" la valeur de  $a_n$  la plus probable.

Exemples.

- si  $a_n = \pm 1$ ,

$$\hat{a}_n = \text{Signe}(\text{Re}(y_n)).$$

- si  $a_n = \frac{1}{\sqrt{2}}(a_{1,n} + ia_{2,n})$  avec  $a_{i,n} = \pm 1$  :

$$\hat{a}_{1,n} = \text{Signe}(\text{Re}(y_n))$$

$$\hat{a}_{2,n} = \text{Signe}(\text{Im}(y_n))$$



## Probabilité d'erreur I

BPSK :  $a_n = \pm 1$

Après filtrage adapté,  $y_{1,n} = \text{Re}(y_n) = Aa_n + v_{1,n}$ .

Evènement d'erreur :  $((y_{1,n} < 0) \cap (a_n = 1)) \cup ((y_{1,n} > 0) \cap (a_n = -1))$

Autre expression :  $((v_{1,n} < -A) \cap (a_n = 1)) \cup (v_{1,n} > A) \cap (a_n = -1))$

$v_{1,n}$  gaussienne centrée de variance  $\frac{\sigma^2}{2}$ .

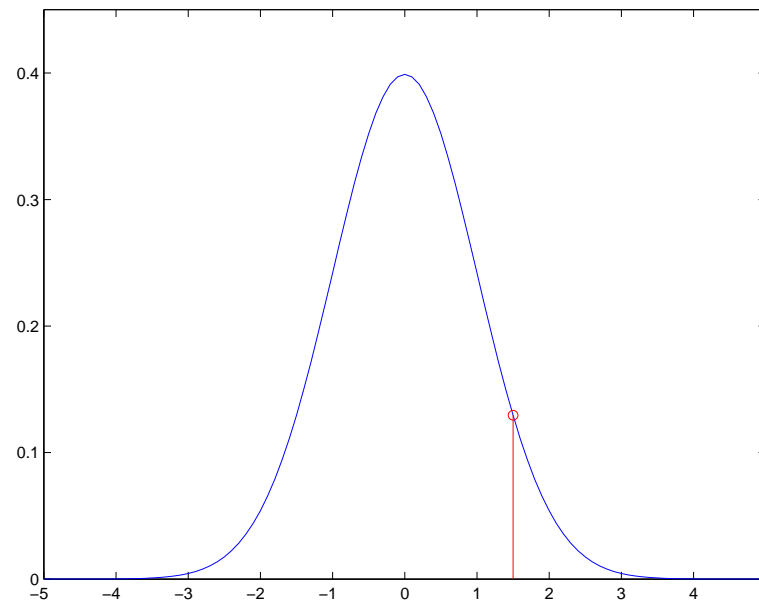
Proba d'erreur :  $P(v_{1,n} > A) = P(N(0, 1) > \sqrt{\frac{2A^2}{\sigma^2}}) = Q(\sqrt{\frac{2A^2}{\sigma^2}})$ .

La probabilité d'erreur ne dépend du rapport signal sur bruit  $\frac{A^2}{\sigma^2}$ .

## Probabilité d'erreur II.

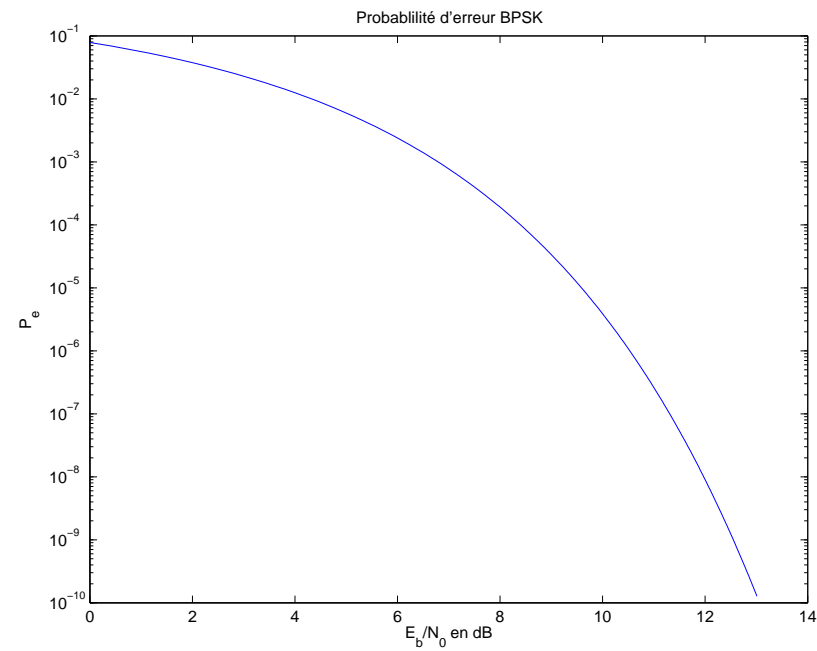
La fonction  $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-t^2/2} dt$ .

$Q(x)$  = aire comprise en la courbe bleue et le segment rouge.



### Probabilité d'erreur III.

Graphe de  $Q\left(\sqrt{\frac{2A^2}{\sigma^2}}\right)$



Probabilité d'erreur IV.

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{2}}(a_{1,n} + ia_{2,n}), a_{i,n} = \pm 1.$$

$$y_n = Aa_n + v_n \text{ donc } y_{i,n} = \frac{A}{\sqrt{2}}a_{i,n} + v_{i,n}$$

$v_{1,n}$  et  $v_{2,n}$  sont indépendantes, gaussiennes centrées de variances  $\frac{\sigma^2}{2}$ .

Proba d'erreur sur  $a_{i,n}$  :  $Q\left(\sqrt{\frac{A^2}{\sigma^2}}\right)$

La probabilité d'erreur ne dépend du rapport signal sur bruit  $\frac{A^2}{\sigma^2}$ .