Licence SM, Examen de traitement du signal analogique

Durée 2h, Documents et calculettes interdits.

Exercice 1. On considère un signal $x(t)$ dont la bande passante est l'intervalle $[B, B]$. On appelle $y(t)$ le signal défini par $y(t) = x(t)\cos(2\pi\nu_0 t)$ où la fréquence ν_0 est égale à $10B$. Exprimer la transformée de Fourier de y en fonction de celle de x. Représenter grossièrement sur la même figure les modules des transformées de Fourier de x et de y. On définit le signal $z(t)$ par $z(t) = y(t)\cos(2\pi\nu_0 t)$. Exprimer la transformée de Fourier de z en fonction de celle de x, et représenter grossièrement sur la même courbe le module de $\hat{z}(\nu)$ ainsi que celui de $\hat{x}(\nu)$. On fait passer le signal z dans un filtre passe-bas dont la fonction de transfert $H(\nu)$ vérifie $H(\nu) = 1$ si $\nu \in [-B, B]$ et $H(\nu) = 0$ si $|\nu| \geq 2B$. On appelle $w(t)$ le signal de sortie. Calculer la transformée de Fourier de w, et en déduire que le signal $w(t)$ est proportionnel au signal $x(t)$.

Exercice 2. On considère le filtre défini par l'équation différentielle à coefficients constants

$$y(t) + 3y^{'}(t) + 2y^{''}(t) = K\,x(t)$$

où x est le signal d'entrée, y le signal de sortie, et K est un terme strictement positif. Calculer la fonction de transfert $H(p)$ de ce filtre. Montrer que le filtre est un filtre passe-bas. Calculer la réponse impulsionnelle $h(t)$ du filtre, ainsi que sa réponse indicielle $i(t)$, c'est à dire la sortie du filtre lorsque l'on applique à son entrée l'échelon unité d'Heaviside $\Upsilon(t)$. On applique ensuite à l'entrée du filtre le signal $x(t)$ donné par $x(t) = e^{-t/3}\Upsilon(t)$. Quel est le signal de sortie $y(t)$?