Université de Marne la Vallée
M1 ET

Traitement du Signal

TD N° 6

Exercice I

Un processus aléatoire réel $X(t)$, stationnaire au sens faible est centré et a une fonction d'autocorrélation de la forme :

$$\gamma_X(\tau) = K(\alpha + |\tau|)^\beta$$

où $(K, \beta) \in (\mathbb{R}^*)^2$ et $\alpha \in \mathbb{R}_+^*$.

1. Donner des conditions nécessaires sur K et β pour que $\gamma_X(\tau)$ soit effectivement la fonction d'autocorrélation d'un processus aléatoire stationnaire.
2. Le processus est-il ergodique pour la moyenne ?

Exercice II

Un bruit blanc à temps continu, centré et de densité spectrale N_0, se trouve en entrée d'un filtre analogique de réponse fréquentielle

$$\widehat{h}(f) = e^{-\pi f^2} \ .$$

1. Quelle est la densité spectrale de puissance du signal en sortie du filtre ?
2. Comment choisir N_0 pour que ce signal soit de puissance unitaire ?
3. Quelle est l'autocorrélation de ce signal ?
   (On rappelle que $e^{-\pi t^2}$ a pour TF $e^{-\pi f^2}$.)

Exercice III

On considère deux processus de Poisson $X_+(t)$ et $X_-(t)$ mutuellement indépendants et de même intensité stochastique λ et on construit le processus de Poisson homogène défini sur $\mathbb{R}$ par

$$X(t) = \begin{cases} X_+(t) & \text{si } t \geq 0 \\ -X_-(-t) & \text{si } t < 0. \end{cases}$$

Le processus flip-flop est donné par $Y(t) = (-1)^{X(t)} Y(0)$ où $Y(0)$ est une variable aléatoire indépendante du processus $X(t)$ et telle que

$$P\big(Y(0) = -1\big) = P\big(Y(0) = 1\big) = 1/2 \ .$$

1. Dessiner une réalisation du processus flip-flop.
2. Quelle est l'espérance de ce processus ?
3. Que vaut sa fonction d'autocorrélation ?
4. A la lumière des deux résultats précédents, que peut-on dire du processus flip-flop ?
5. Quelle est la densité spectrale de puissance du processus flip-flop ?