Université de Marne la Vallée
M1 ET

Traitement du Signal

TD N° 7

Exercice I

Un processus aléatoire complexe centré $(X_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ est un modèle AR(1) de puissance $P_X > 0$ et de coefficient de corrélation $r = \gamma_X(1)/\gamma_X(0)$, $(\gamma_X(k))_{k\in\mathbb{Z}}$ désignant la suite d'autocorrélation de $(X_n)_{n\in\mathbb{Z}}$. Le bruit générateur du modèle est noté $(B_n)_{n\in\mathbb{Z}}$.

1. Comment s'exprime X_n en fonction des $(B_{n-k})_{k\in\mathbb{N}}$?
2. En déduire $\gamma_{BX}(k)$, pour $k \geq 0$.
3. Montrer que $\gamma_X(k)$ suit une équation récurrente pour $k \in \mathbb{N}$.
4. Exprimer en fonction de P_X et r la variance σ_B^2 du bruit générateur ainsi que le coefficient caractéristique du modèle.
5. Pour quelles valeurs de r, B_n est-il nul ? Que vaut alors X_n ?

Exercice II

Un processus aléatoire réel $(X_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ est obtenu par filtrage d'un bruit blanc centré $(B_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ de variance σ^2, par un filtre RIF de fonction de transfert

$$H(z) = 1 + 2z^{-1} + 3z^{-2}.$$

1. Calculer la suite d'autocorrélation de ce processus. Quelle est la variance de X_n ?
2. En déduire la densité spectrale de puissance du processus.
3. Proposer une autre méthode pour déterminer la densité spectrale de puissance de $(X_n)_{n\in\mathbb{Z}}$.