### Présentation du projet MiTiV Méthodes Inverses de Traitement en Imagerie du Vivant

Éric Thiébaut<sup>1</sup>, Fabien Momey<sup>1,2</sup>, Jean-Marie Becker<sup>2</sup>, Loïc Denis<sup>1,2</sup>, Ferréol Soulez<sup>6</sup>, Catherine Mennessier<sup>2</sup>, Yves Tourneur<sup>6</sup>, Laurent Desbat<sup>4</sup>, Christophe Pichon<sup>5</sup>, Alain Gressard<sup>3</sup>, Raphaël Dauphin<sup>3</sup>, Didier Rabaud<sup>7</sup>

> <sup>1</sup>Centre de Recherche Astrophysique de Lyon (CRAL, UMR 5574)
>  <sup>2</sup>Laboratoire Hubert Curien (LHC, UMR 5516)
>  <sup>3</sup>Service de cardiologie de l'hôpital de la Croix Rousse (HCL)
>  <sup>4</sup>Techniques de l'Ingénierie Médicale et de la Complexité – Informatique, Mathématiques et Applications de Grenoble (TIMC-IMAG, UMR 5525)
>  <sup>5</sup>Institut d'Astrophysique de Paris (IAP, UMR 7095)
>  <sup>6</sup>Centre Commun de Quantimétrie (CCQ, Univ. Lyon 1)
>  <sup>7</sup>Shaktiware

#### 29 novembre 2011

## Le projet MiTiV

# MiTiV = Méthodes Inverses de Traitement en Imagerie du Vivant (http://mitiv.univ-lyon1.fr)

- algorithmes de reconstruction d'image par l'approche inverse en imagerie bio-médicale et astrophysique
  - tomographie dynamique
  - réponse impulsionnelle (PSF) variable
  - microscopie 3D
  - coronarographie par rayons X
  - imagerie hyper-spectrale
- simplifier et interfacer ces méthodes pour les mettre à disposition des non-spécialistes
- 5 laboratoires, 1 service hospitalier, 1 PME :
  - Centre de Recherche Astrophysique de Lyon (CRAL)
  - Institut d'Astrophysique de Paris (IAP, UMR 7095)
  - Laboratoire Hubert Curien (LHC, UMR 5516)
  - Techniques de l'Ingénierie Médicale et de la Complexité Informatique, Mathématiques et Applications de Grenoble (TIMC-IMAG, UMR 5525)
  - Centre Commun de Quantimétrie (CCQ, Univ. Lyon 1)
  - Service de cardiologie de l'hôpital de la Croix Rousse (HCL)
  - Shaktiware

Tomographie Dynamique

## Tomographie et reconstruction

La tomographie : reconstruction d'un objet f en 3 dimensions ("cube de voxels") à partir d'un ensemble g de projections ("type radiographie") acquises sur un plan détecteur, en rotation autour de l'objet.

$$oldsymbol{f}$$
 ?  $\longleftrightarrow$   $oldsymbol{g} = \left\{oldsymbol{g}^1, oldsymbol{g}^2, \dots, oldsymbol{g}^ heta, \dots 
ight\}$ 

#### Inversion directe : rétroprojection filtrée

À partir d'un modèle des mesures inversible analytiquement.

- modèle mathématique (intégrales de ligne), sensible aux mesures manquantes.
- prise en compte limitée de l'information a priori sur l'objet et sur la statistique du bruit.

#### Approche inverse

Méthode itérative à partir d'un modèle direct  ${\bf R}$  non nécessairement inversible.

- modèle plus réaliste.
- meilleure prise en compte de la *statistique du bruit*.
- apport de l'*information a priori* sur l'objet.

$$\label{eq:f_f_states} \begin{split} \boldsymbol{f} &= \mathop{\mathrm{argmin}}_{\tilde{\boldsymbol{f}}} \lVert \boldsymbol{g} - \mathbf{R} \tilde{\boldsymbol{f}} \rVert_{\mathbf{W}}^2 + \lambda \Psi(\tilde{\boldsymbol{f}}) \quad \text{s.t.} \quad \boldsymbol{f} \geq 0 \end{split}$$

### L'importance du modèle pour la reconstruction

- <u>Modélisation des mesures</u> : point clé dans un processus de **reconstruction itérative**.
- Représentation de l'objet d'intérêt : point de départ à l'élaboration du **projecteur** (modèle direct **R**).

Une modélisation trop approximative peut engendrer des erreurs importantes de reconstruction.



Exemple de reconstruction à faible nombre de mesures, à partir d'un modèle conventionnel utilisant des indicatrices de voxels.



Le modèle n'est pas exact, il ne fait qu'approcher la réalité ( $\rightarrow$  mesures réelles).

### Le modèle direct

#### Représentation de l'objet d'intérêt :

Soit  $f: x \mapsto f(x) \Rightarrow$  fonction continue à n dimensions modélisant l'image à reconstruire.

$$\widetilde{f}(\boldsymbol{x}) = \sum_{\boldsymbol{k} \in \mathbb{Z}^n} c_{\boldsymbol{k}} \boldsymbol{\beta}_{\boldsymbol{k}}^d(\boldsymbol{x}) = \sum_{\boldsymbol{k} \in \mathbb{Z}^n} c_{\boldsymbol{k}} \boldsymbol{\beta}^d(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_{\boldsymbol{k}})$$

De quoi a-t-on besoin?

- Bonne modélisation de la continuité de la fonction + conservation des bords francs  $\Rightarrow$  erreur d'approximation  $||f \tilde{f}||$  minimale.
- Compacité ⇒ projecteur creux (peu de coefficients non nuls).
- Séparabilité  $\Rightarrow$  rapidité de calcul.
- Symétrie sphérique pour une projection indépendante de l'orientation.

## Le principe de projection (1)



## Le principe de projection (2)



- Déterminer l'<u>empreinte</u> F<sup>θ</sup><sub>k</sub> de la fonction de base β<sup>d</sup><sub>k</sub> sur le détecteur + intégration par la réponse des pixels détecteur impactés.
- Empreinte différente suivant la position et la géométrie de projection (parallèle ou conique).

⇒ Approximations nécessaires pour faciliter le calcul numérique de l'empreinte dans le modèle.

Modèle direct numérique  $\mathbf{R}^{\theta}$ 

$$\boldsymbol{c} = (c_{\boldsymbol{k}})^{\mathrm{T}}; \, \boldsymbol{f} = (f_{\boldsymbol{k}})^{\mathrm{T}}; \, f_{\boldsymbol{k}} = \sum_{\boldsymbol{k}'} c_{\boldsymbol{k}'} \beta_{\boldsymbol{k}'}^d(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{k}}) \Leftrightarrow \boldsymbol{f} = \boldsymbol{\Phi} \cdot \boldsymbol{c}_{\boldsymbol{k}}$$

$$oldsymbol{g}^{ heta} = \mathbf{R}^{ heta} \cdot oldsymbol{c} = \mathbf{R}^{ heta} \cdot ig( oldsymbol{\Phi}^{-1} \cdot oldsymbol{f} ig)$$

Le projecteur  $\mathbf{R}^{\theta}$  modélise la contribution de chaque voxel de l'objet - fonction de base  $\beta_{k}^{d}(x)$  - sur chaque pixel détecteur pour une projection  $\theta$  donnée :

$$g_{q}^{\theta} = \sum_{k \in \Omega_{q}^{\theta}} \mathbf{R}_{qk}^{\theta} \cdot c_{k} = \sum_{k \in \Omega_{q}^{\theta}} \mathbf{R}_{q}^{\theta} \left( \boldsymbol{\beta}_{\boldsymbol{k}}^{d} \right) \cdot c_{k}$$

## Proposition d'un modèle amélioré (1)

#### Modèle standard Distance Driven

- Utilise des indicatrices de voxels.
- Projection d'une coupe centrale du voxel et approximation par une empreinte rectangulaire sur le détecteur.





#### Amélioration : utilisation de B-splines



- Meilleure modélisation de la continuité  $\Rightarrow$ erreur d'approximation  $O(\Delta^{d+1})$ .
- Compacité conservée.
- *Quasi-symétrie sphérique* ⇒ projection quasi-isotrope.
- $\Rightarrow$  Mise en oeuvre avec des approximations.

## Proposition d'un modèle amélioré (2)

On construit un projecteur à partir de fonctions B-splines multidimensionnelles séparables.

$$\boldsymbol{\beta}_{\boldsymbol{k}}^{d}(x,y,z) = \beta^{d}(x-x_{k}) \cdot \beta^{d}(y-y_{k}) \cdot \beta^{d}(z-z_{k}) \quad \Rightarrow \quad F_{\boldsymbol{k}}^{\theta}(u,v) \quad ?$$

#### Première approximation

La B-spline est supposée à symétrie sphérique  $\Rightarrow$  empreinte  $\approx$  B-spline séparable suivant les axes détecteur quelle que soit la direction de projection.

$$F_{\mathbf{k}}^{\theta}(u,v) \approx \beta^{d}(u-u_{k}) \cdot \beta^{d}(v-v_{k})$$

#### Seconde approximation

projection conique  $\approx$  projection localement parallèle + "dilatation" d'un facteur  $\gamma.$ 

$$F_{\boldsymbol{k}}^{\theta}(u,v) \approx \beta^{d} (\frac{v}{\Gamma_{S} \cdot \delta_{v}} - v_{k}) \cdot \beta^{d} (\frac{u}{\Gamma_{S} \cdot \delta_{u}} - u_{k})$$

le projet MiTiV, Mulhouse 29-30 novembre 2011

## Modèle B-spline en projection parallèle



## Modèle B-spline de degré en projection conique



## Les reconstructions (1)

• Reconstructions à 2 dimensions, en géométrie *fan beam*, d'une image simulée.



 $\Rightarrow \text{Les mesures sont} \\ \text{calculées analytiquement} \\$ 

• Rappel du schéma d'optimisation :

$$\boldsymbol{c} = \underset{\hat{\boldsymbol{c}}}{argmin} \underbrace{\sum_{\boldsymbol{\theta} \in \Theta} ||\boldsymbol{g}^{\boldsymbol{\theta}} - \mathbf{R}^{\boldsymbol{\theta}} \cdot \hat{\boldsymbol{c}}||_{\mathbf{W}}^2}_{\text{data residuals}} + \underbrace{\mu \cdot \Psi(\boldsymbol{\Phi} \cdot \hat{\boldsymbol{c}})}_{\text{regularization term}}$$

• Reconstructions par une méthode Quasi-Newton régularisée par variation totale lissée :

$$\Psi(\boldsymbol{f}) = \sqrt{\left(\frac{\partial f_{\boldsymbol{k}}}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f_{\boldsymbol{k}}}{\partial y}\right)^2 + \epsilon^2}$$

le projet MiTiV, Mulhouse 29-30 novembre 2011

## Les reconstructions (2)





## Les reconstructions (3)



### Les reconstructions (4)





## Conclusions et perspectives

#### Conclusions

- Développement d'un modèle plus précis que les modèles conventionnels garantissant des reconstructions de bonne qualité, même à <u>faible nombre de mesures</u>.
- Opérateur creux  $\Rightarrow$  pas de surcharge de calcul.
- Modèle testé en reconstruction 2D, mais pensé pour la 3D.

### Études à venir

- Reconstructions de données réelles.
- Mise en oeuvre du modèle et reconstructions en 3D.
- Application en tomographie dynamique : reconstruction d'une image globale 4D avec régularisation spatio-temporelle.

# **PSF** variable

### PSF variable, contexte

Dans de nombreuses applications, l'image d'un point-source (PSF) varie dans le champ :



"First cosmic shear results from the Canada-France-Hawaii telescope wide synoptic legacy survey", Hoekstra *et al.*, *The Astrophysical Journal*, 647 :116, 2006

C'est le cas en astronomie grand champ :

- aberrations optiques
- correction imparfaite de l'optique adaptative

mais également en microscopie :

- aberrations optiques
- inhomogénéité des couches traversées (interfaces)

ou encore :

- mouvement (capteur / scène)
- défaut de mise au point de certains objets

## Modélisation d'un flou variable dans le champ

h

#### Flou invariant dans le champ:



## Modélisation d'un flou variable dans le champ



21/53

## Modélisation d'un flou variable dans le champ



le projet: MiTiV, Mulhouse 29-30 novembre 2011

## $1^{\rm ère}$ approche : découpage en régions isoplanétiques



from complexité  $\approx 1$  convolution si largeur des réponses impulsionnelles petite devant les blocs

e artefacts importants à la frontière entre les blocs

## $1^{\rm ère}$ approche : découpage en régions isoplanétiques



modèle exact

modèle approché (découpage 3x3)

## 1<sup>ère</sup> approche : découpage en régions isoplanétiques



modèle approché (découpage 3x3) erreur rms : 2,4%

modèle exact

## $2^{\text{ème}}$ approche : interpolation des convolutions [Nagy98]

Principe : traitement d'un bloc



## $2^{\rm ème}$ approche : interpolation des convolutions [Nagy98]

#### Principe : traitement de toute l'image



 $\checkmark$  complexité  $\approx$  4 convolutions si largeur des réponses impulsionnelles petite devant les blocs

interprétation physique?

## 2<sup>ème</sup> approche : interpolation des convolutions [Nagy98]



modèle exact

modèle approché (découpage 3x3)

## $2^{\rm \grave{e}me}$ approche : interpolation des convolutions [Nagy98]



modèle exact

modèle approché (découpage 3x3) erreur rms : 0,29%

## 3<sup>ème</sup> approche : décomposition sur des modes [Flicker05]

**Hypothèse :** Les réponses impulsionnelles peuvent être bien approximées avec quelques modes  $\tilde{h_i}$ .

$$h_{s}(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{s}) \approx \sum_{i=1}^{K} \underbrace{\langle h_{s} | \tilde{h}_{i} \rangle}_{w_{i}(\boldsymbol{s})} \cdot \tilde{h}_{i}(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{s})$$

$$g(\mathbf{r}) = \int h_{\mathbf{s}}(\mathbf{r} - \mathbf{s}) f(\mathbf{s}) d\mathbf{s}$$
$$= \int \sum_{i=1}^{K} w_i(\mathbf{s}) \cdot \tilde{h_i}(\mathbf{r} - \mathbf{s}) f(\mathbf{s}) d\mathbf{s}$$
$$= \sum_{i=1}^{K} \underbrace{\int \tilde{h_i}(\mathbf{r} - \mathbf{s}) \underbrace{w_i(\mathbf{s}) f(\mathbf{s})}_{\text{ponderation}} d\mathbf{s}}_{\text{convolution}}$$

## 3<sup>ème</sup> approche : décomposition sur des modes [Flicker05]





### Approche proposée : interpolation des PSF

**Hypothèse :** Les réponses impulsionnelles varient continûment et peuvent être bien approximées par interpolation sur une grille  $s_i$  :



## Approche proposée : interpolation des PSF



 $\checkmark$  complexité  $\approx$  4 convolutions si largeur des réponses impulsionnelles petite devant les blocs

préservation symétrie, positivité, normalisation

## Approche proposée : amélioration de l'approximation

Peut-on améliorer l'approximation sans augmenter la complexité de l'opérateur ?

Point de vue "analyse numérique" :

On cherche la meilleure approximation de la matrice  ${\bf H}$  ayant une structure permettant un calcul rapide

$$rgmin_{\mathbf{H}_1, oldsymbol{w}_1, \dots, \mathbf{H}_K, oldsymbol{w}_K} \left\| \mathbf{H} - \sum_i \mathbf{H}_i \operatorname{diag}(oldsymbol{w}_i) 
ight\|_F^2,$$

avec :

- des poids  $w_i$  localisés (même support qu'une interpolation bi-linéaire)
- H<sub>i</sub> des matrices de convolution discrète par un noyau de support limité (support des PSF)

~ optimisation par minimisation alternée

## Approche proposée : amélioration de l'approximation



 $\checkmark$  complexité  $\approx$  4 convolutions si largeur des réponses impulsionnelles petite devant les blocs



calcul des poids / réponses impulsionnelles coûteux (hors ligne)

Modèle de PSF : correction en optique adaptative [Cresci05]





### vérité terrain (VLT, MCAO)

données simulées

Modèle de PSF : correction en optique adaptative [Cresci05]





### déconvolution 1 PSF

déconvolution PSF interpolées (grille  $15 \times 15$ )

Modèle de PSF : correction en optique adaptative [Cresci05]





déconvolution 1 PSF

erreur rms : 5,1%

déconvolution PSF interpolées (grille  $15 \times 15$ ) erreur rms : 1,7%

Modèle plus complexe de PSF : aberrations de phase dans deux plans



Modèle plus complexe de PSF :



image de départ

données simulées

Modèle plus complexe de PSF :



déconvolution 1 PSF

déconvolution PSF interpolées (grille  $15 \times 15$ )

Modèle plus complexe de PSF :



#### déconvolution 1 PSF

déconvolution PSF interpolées (grille  $15 \times 15$ )

## PSF variable : Conclusions

Il faut pondérer puis convoluer [Hirsch10] au lieu d'interpoler le résultat des convolutions [Nagy98] ~ interpolation des réponses impulsionnelles

On peut améliorer la qualité d'approximation (d'un ordre de grandeur) en optimisant les poids et les réponses impulsionnelles.

Perspectives :

- caractérisation du gain en photométrie, astrométrie et morphologie
- estimation de la PSF dans le champ
- application en astro sur des données grand champ
- application en microscopie 3D (variation de la PSF avec la profondeur)
- application au cas de PSF variant brutalement dans le champ

Déconvolution aveugle en microscopie 3D Contexte :

- en microscopie 3-D (microscopie plein champ et confocale) la PSF varie avec la profondeur
- difficulté d'étalonner correctement la PSF
- PSF théorique trop loin de la réalité

Objectifs :

- modèle flexible de la PSF basé sur une description physique
- auto-étalonnage de la PSF (déconvolution aveugle)
- application et validation sur des données

## Microscopie 3-D





Microscope plein champ. Le chemin d'illumination est en bleu, le chemin de détection en vert (d'après Aguet, 2009). Microscope confocal. Le chemin d'illumination est en bleu, le chemin de détection en vert (d'après Aguet, 2009).

### Modèle de la PSF en microscopie 3-D

PSF 3-D variant avec la profondeur (z)

$$h(\boldsymbol{r}_j, z) = \left| \sum_k F_{j,k} a_k(z) \right|^2,$$

avec  $r_j$  position latérale du pixel j,  $\mathbf{F}$  transformation de Fourier discrète et  $a_k(z)$  fonction pupille à la position du fréquel k pour la profondeur z:

$$\begin{aligned} a_k(z) &= \rho_k \exp(i 2 \pi \left(\phi_k + z \,\psi_k\right)) ,\\ \rho_k &= \sum_n \beta_n Z_k^n ,\\ \phi_k &= \sum_n \alpha_n Z_k^n ,\\ \psi_k &= \sqrt{(n_m/\lambda)^2 - \|\boldsymbol{\kappa}_k\|^2} + \delta_1 Z_k^1 + \delta_2 Z_k^2 \end{aligned}$$

avec  $Z_k^n$  le *n*-ème polynôme de Zernike. Les paramètres :

$$\boldsymbol{\theta} = \{ \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\delta}, n_{\mathsf{m}} \}$$
.

### Déconvolution aveugle en microscopie 3-D

• Solution donnée (formellement) par :

$$\{\boldsymbol{x}^+, \boldsymbol{\theta}^+\} = \operatorname*{arg\,min}_{\boldsymbol{x} \in \mathbb{X}, \boldsymbol{\theta} \in \Theta} \{\mathcal{J}_{\mathsf{data}}(\boldsymbol{x}, \mathbf{H}_{\boldsymbol{\theta}}; \boldsymbol{y}) + \mu \, \mathcal{J}_{\mathsf{prior}}(\boldsymbol{x})\}$$

avec x l'objet 3-D, y les données,  $\mathbf{H}_{ heta}$  l'opérateur de PSF et :

$$\mathcal{J}_{\mathsf{data}}({m{x}},{m{H}};{m{y}}) = ({m{y}} - {m{H}} \cdot {m{x}})^{ op} \cdot \operatorname{diag}({m{w}}) \cdot ({m{y}} - {m{H}} \cdot {m{x}})$$

• Algorithme (minimization alternée) :



$$oldsymbol{ heta}^+ = rgmin_{oldsymbol{ heta}\in\Theta} \mathcal{J}_{\mathsf{data}}(oldsymbol{x},\mathbf{H}_{oldsymbol{ heta}};oldsymbol{y})$$

estimation de l'objet

$$oldsymbol{x}^+ = rgmin_{oldsymbol{x} \in \mathbb{X}} \left\{ \mathcal{J}_{\mathsf{data}}(oldsymbol{x}, \mathbf{H}_{oldsymbol{ heta}}; oldsymbol{y}) + \mu \, \mathcal{J}_{\mathsf{prior}}(oldsymbol{x}) 
ight\}$$

### Résultats : données réelles



### Résultats : données déconvoluées avec PSF théorique



### Résultats : données déconvoluées en aveugle



### Résultats : PSF théorique



### Résultats : PSF obtenue par notre méthode



## Déconvolution aveugle de simulations



le projet MiTiV, Mulhouse 29-30 novembre 2011

## Déconvolution aveugle de simulations



## Déconvolution aveugle des données embryon de C. Elegans



## Déconvolution aveugle des données embryon de C. Elegans



Module de l'amplitude complexe.

Phase de l'amplitude complexe.

### Publications

#### Revues à commité de lecture

S. Bongard, F. Soulez, É. Thiébaut & É. Pécontal, 2011, 3-D deconvolution of hyper-spectral astronomical data, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, in press.

#### Conférences

- L. Denis, F. Momey, F. Soulez & É. Thiébaut, MiTiV : approche inverse en astronomie et imagerie bio-médicale, Colloque R&D INSU, Grenoble (France, 05/2011).
- F. Soulez, É. Thiébaut, Sébastien Bongard & Roland Bacon, Restoration of hyperspectral astronomical data from integral field spectrograph, Proceedings of the Third IEEE-GRSS Workshop on Hyperspectral Image and Signal Processing (WHISPERS) : Evolution in Remote Sensing, Lisbonne (Portugal, 06/2011).
- L. Denis, É. Thiébaut & F. Soulez, Un modèle rapide de flou variable dans le champ et son application à la déconvolution en astronomie, Gretsi XXIII, Bordeaux (France, 09/2011).
- F. Momey, J.-M. Becker, L. Denis, C. Mennessier & É. Thiébaut, Modèle direct pour la tomographie 3D : apport d'une approximation par B-splines séparables, Gretsi XXIII, Bordeaux (France, 09/2011).
- F. Soulez, Sébastien Bongard & É. Thiébaut, Déconvolution de données hyper-spectrales en astronomie, in 23ème édition du colloque Gretsi XXIII, Bordeaux (France, 09/2011).
- L. Denis, É. Thiébaut & F. Soulez, Fast Model of Space-Variant Blurring and Its Application to Deconvolution in Astronomy, ICIP 2011 : 2011 IEEE International Conference on Image Processing, Bruxelles (Belgique, 09/2011).
- F. Momey, L. Denis, C. Mennessier, É. Thiébaut, J.-M. Becker & L. Desbat, A new representation and projection model for tomography, based on separable B-splines, in MIC 2011 : IEEE Medical Imaging Conference, Valencia (Espagne, 10/2011).

## Bibliographie (1)

#### Tomographie :

- B. DeMan and S. Basu. *Distance driven projection and backprojection in three dimensions*. Physics in Medicine and Biology, 2004.
- J.A. Fessler. *Iterative methods for image reconstruction*. IEEE International Symposium on Biomedical Imaging Tutorial, Arlington Virginia, 2006.
- Y. Long, J.A. Fessler and J.M. Balter. 3D Forward and Back-Projection for X-Ray CT Using Separable Footprints. 10th Intl. Mtg. on Fully 3D Im. Rec. in Rad. and Nuc. Med., 2009.
- S. Horbelt, M. Liebling and M. Unser. Discretization of the Radon transform and of its inverse by spline convolutions. IEEE Transactions on medical imaging, 2002.
- P.M. Joseph. An improved algorithm for reprojecting rays through pixel images. IEEE Transactions on Medical Imaging, 1982.
- M. Slaney and A. Kak. Principles of computerized tomographic imaging. SIAM, Philadelphia, 1988.
- R.M. Lewitt. Multidimensional digital image representations using generalized Kaiser-Bessel window functions. JOSA A, 1990.
- R.M. Lewitt. Alternatives to voxels for image representation in iterative reconstruction algorithms. Physics in Medicine and Biology, 1992.
- S. Matej and R.M. Lewitt. Image representation and tomographic reconstruction using spherically symmetric volume elements. IEEE Transactions on Medical Imaging, 1993.
- S. Matej and R.M. Lewitt. Efficient 3D grids for image reconstruction using spherically-symmetric volume elements. IEEE Transactions on Medical Imaging, 1995.

## Bibliographie (2)

#### Tomographie (suite) :

- S. Matej and R.M. Lewitt. Practical considerations for 3D image reconstruction using spherically symmetric volume elements. IEEE Transactions on Medical Imaging, 1996.
- J. Nocedal. Updating quasi-Newton matrices with limited storage. Mathematics of computation, 1980.
- L.I. Rudin, S. Osher and E. Fatemi. Nonlinear total variation based noise removal algorithms. Physica D : Nonlinear Phenomena, 1992.
- P. Thévenaz, T. Blu and M. Unser. Interpolation Revisited. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2000.
- M. Unser., A. Aldroubi and M. Eden. B-spline signal processing : Part I-Theory. IEEE Transactions on Signal Processing, 1993.
- M. Unser., A. Aldroubi and M. Eden. B-spline signal processing : Part II-Efficient design and applications. IEEE Transactions on Signal Processing, 1993.
- M. Unser. Splines : A perfect fit for signal and image processing. IEEE Signal Processing Mag., 1999.
- M. Unser. Sampling-50 years after Shannon. Proceedings of the IEEE, 2000.

## Bibliographie (3)

**PSF Variable :** 

- Tan, Dale, Johnston, Performance of three recursive algorithms for fast space-variant Gaussian filtering, Real-Time Imaging, 2003.
- Lam, Shi, Recursive Anisotropic 2-D Gaussian Filtering Based on a Triple-Axis Decomposition, IEEE trans. image proc., 2007.
- Chaudhury, Muñoz-Barrutia, Unser, Fast Space-Variant Elliptical Filtering Using Box Splines, IEEE Trans. Image Proc., 2010.
- Popkin, Cavallaro, Hands, Accurate and Efficient Method for Smoothly Space-Variant Gaussian Blurring, IEEE Trans. Image Proc., 2010.
- Nagy, O'Leary, Restoring Images Degraded by Spatially Variant Blur, SIAM J. Sci. Comp., 1998.
- Gilad, Hardenberg, A fast algorithm for convolution integrals with space and time variant kernels, J. Comp. Phys., 2006.
- Hirsch et al., Efficient filter flow for space-variant multiframe blind deconvolution, IEEE CVPR, 2010.
- Flicker, Rigaut, Anisoplanatic deconvolution of adaptive optics images, J. Opt. Soc. Am. A, 2005.