Schémas de lifting adaptatifs via des critères parcimonieux et leurs applications à la compression d'images

M. Kâaniche[1], B. Pesquet-Popescu[1], A. Benazza-Benyahia[2], J.-C. Pesquet[3]

[1] Telecom-ParisTech, Département Traitement du Signal et des Images

[2] Ecole Supérieure des Communications de Tunis
Unité de Recherche en Imagerie Satellitaire et ses Applications

[3] Université de Paris-Est, Marne-la-Vallée,
Laboratoire d'Informatique, Equipe Signal et Communications

Plan

Partie I

Contexte général

De la Transformation en Ondelettes (TO) de première génération à la TO de seconde génération

- La TO de première génération repose sur le concept de bancs de filtres

De la Transformation en Ondelettes (TO) de première génération à la TO de seconde génération

- La TO de première génération repose sur le concept de bancs de filtres
- A l'exception des ondelettes de Haar, un banc de filtres RIF à coefficients réels ne peut pas garantir simultanément la propriété d'orthogonalité et de symétrie (filtres à phase linéaire)

De la Transformation en Ondelettes (TO) de première génération à la TO de seconde génération

- La TO de première génération repose sur le concept de bancs de filtres
- A l'exception des ondelettes de Haar, un banc de filtres RIF à coefficients réels ne peut pas garantir simultanément la propriété d'orthogonalité et de symétrie (filtres à phase linéaire)

$\Rightarrow$ Recours aux ondelettes biorthogonales [Cohen et Daubechies, 1992]

De la Transformation en Ondelettes (TO) de première génération à la TO de seconde génération

- La TO de première génération repose sur le concept de bancs de filtres
- A l'exception des ondelettes de Haar, un banc de filtres RIF à coefficients réels ne peut pas garantir simultanément la propriété d'orthogonalité et de symétrie (filtres à phase linéaire)

$\Rightarrow$ Recours aux ondelettes biorthogonales [Cohen et Daubechies, 1992]

$\Rightarrow$ Introduction des schémas de lifting (TO de seconde génération) [Sweldens, 1995]

Intérêt des schémas de lifting

- Exemples d'applications :
  - Débruitage
  - Compression (images fixes/animées, stéréo/multi-vues, maillages des objets 3D)

Intérêt des schémas de lifting

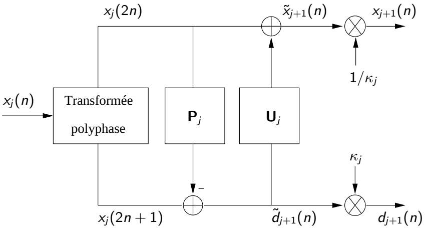
- Exemples d'applications :
  - Débruitage
  - Compression (images fixes/animées, stéréo/multi-vues, maillages des objets 3D)
- Objectifs :
  - Principe des schémas de lifting (cas des signaux 1D et 2D)
  - Conception de schémas mieux *adaptés* au *contenu* du signal d'entrée (contexte de la compression d'images fixes)

Partie II

Transformation par schémas de lifting

Principe des schémas de lifting

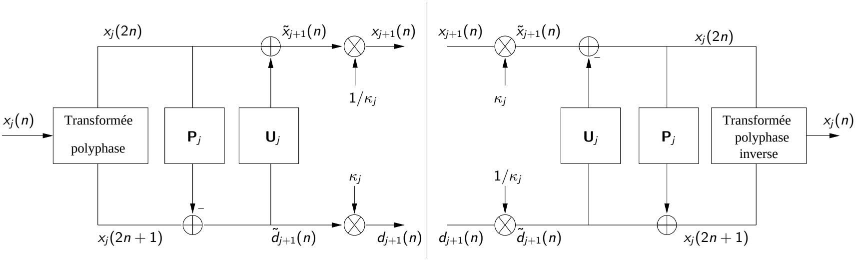
- Cas d'un signal 1D



Structure d'analyse

Principe des schémas de lifting

- Cas d'un signal 1D



Structure d'analyse   Structure de synthèse

Principe des schémas de lifting

- Avantages :

Principe des schémas de lifting

- Avantages :
  - Calcul "sur place"

Principe des schémas de lifting

- Avantages :
  - Calcul "sur place"
  - Complexité opératoire : Nombre d'opérations réduit de moitié par rapport à celui d'une implantation directe des TO à bancs de filtres

Principe des schémas de lifting

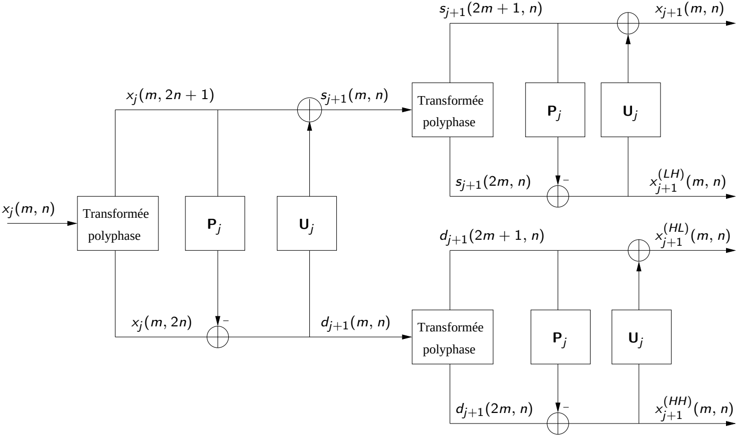
- Avantages :
  - Calcul "sur place"
  - Complexité opératoire : Nombre d'opérations réduit de moitié par rapport à celui d'une implantation directe des TO à bancs de filtres
  - Réversibilité

Principe des schémas de lifting

- Avantages :
  - Calcul "sur place"
  - Complexité opératoire : Nombre d'opérations réduit de moitié par rapport à celui d'une implantation directe des TO à bancs de filtres
  - Réversibilité
  - Conservation des valeurs entières (codage sans perte)

Principe des schémas de lifting

- Cas d'un signal 2D : décomposition séparable



Principe des schémas de lifting

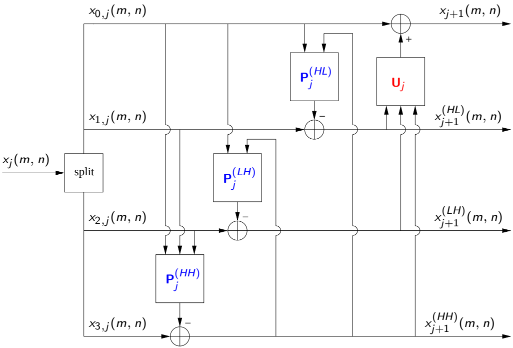
- Limitations d'un schéma de lifting séparable.
  $\hookrightarrow$ Peu efficace pour les images ayant des structures qui ne sont ni horizontales ni verticales

Principe des schémas de lifting

- Limitations d'un schéma de lifting séparable.
  $\hookrightarrow$ Peu efficace pour les images ayant des structures qui ne sont ni horizontales ni verticales
- Solution :
  Développement d'une décomposition 2D Non Séparable (NSLS) pour :
  $\rightharpoonup$ mieux exploiter les caractéristiques bidimensionnelles des images
  $\rightharpoonup$ offrir plus de flexibilité dans la conception des filtres
  $\rightharpoonup$ simplifier le problème d'optimisation

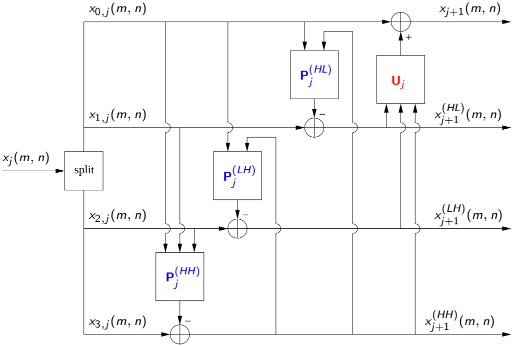
Principe des schémas de lifting

- Décomposition 2D non séparable



Principe des schémas de lifting

- Décomposition 2D non séparable



$\hookrightarrow$ toute structure de lifting P-U est équivalente à cette décomposition non séparable.

$\hookrightarrow$ réduction des étapes de lifting et des opérations d'arrondi.

Principe des schémas de lifting

Performances de codage dépendent des coefficients des filtres de prédiction et de mise à jour.

$\rightharpoonup$ Nouvelles méthodes d'optimisation.

Partie III

Optimisation des opérateurs de lifting

Optimisation du filtre de mise à jour $\mathbf{U}_j$

Méthode récente d'état de l'art : minimisation de l'erreur de reconstruction [A. Gouze, et al., 2004]

$$\begin{aligned}\mathcal{J} &= \mathrm{E}[(x_j(m,n)-\hat{x}_j(m,n))^2] \\ &= \frac{1}{4}\Big(\mathrm{E}[(x_{0,j}(m,n)-\hat{x}_{0,j}(m,n))^2]+\mathrm{E}[(x_{1,j}(m,n)-\hat{x}_{1,j}(m,n))^2] \\ &+\mathrm{E}[(x_{2,j}(m,n)-\hat{x}_{2,j}(m,n))^2]+\mathrm{E}[(x_{3,j}(m,n)-\hat{x}_{3,j}(m,n))^2]\Big).\end{aligned} \tag{1}$$

où $\hat{x}_j$ désigne l'image reconstruite

A. Gouze, M. Antonini, M. Barlaud and B. Macq, Design of signal-adapted multidimensional lifting schemes for lossy coding, *IEEE Transactions on Image Processing*, 2004.

Optimisation du filtre de mise à jour $\mathbf{U}_j$

Nouveau critère : minimisation de la différence entre la sortie du filtre passe-bas reliant x_j à x_{j+1} et la sortie du filtre passe-bas idéal h [M. Kaaniche, et al., 2011] :

$$\hat{\mathcal{J}}(u_j) = \mathrm{E}\Big[\Big(x_{j+1}(m,n) - y_{j+1}(m,n)\Big)^2\Big]$$
$$= \mathrm{E}\Big[\Big(x_{0,j}(m,n) + \sum_{o\in\{HL,LH,HH\}} \sum_{(k,l)\in\mathcal{U}_j^{(o)}} u_j^{(o)}(k,l)x_{j+1}^{(o)}(m-k,n-l)$$
$$- y_{j+1}(m,n)\Big)^2\Big]$$

avec $y_{j+1}(m,n) = \tilde{y}_j(2m,2n) = (h * x_j)(2m,2n)$

M. Kaaniche, A. Benazza-Benyahia, B. Pesquet-Popescu and J. -C. Pesquet, "Non separable lifting scheme with adaptive update step for still and stereo image coding", *Elsevier Signal Processing, Special issue on Advances in Multirate Filter Bank Structures and Multiscale Representations*, 2011

Optimisation du filtre de mise à jour $\mathbf{U}_j$

Nouveau critère : minimisation de la différence entre la sortie du filtre passe-bas reliant x_j à x_{j+1} et la sortie du filtre passe-bas idéal h [M. Kaaniche, et al., 2011] :

$$\begin{aligned}\hat{\mathcal{J}}(u_j) &= \mathrm{E}\Big[\Big(x_{j+1}(m,n) - y_{j+1}(m,n)\Big)^2\Big] \\ &= \mathrm{E}\Big[\Big(x_{0,j}(m,n) + \sum_{o\in\{HL,LH,HH\}} \sum_{(k,l)\in\mathcal{U}_j^{(o)}} u_j^{(o)}(k,l)x_{j+1}^{(o)}(m-k,n-l) \\ &\quad - y_{j+1}(m,n)\Big)^2\Big]\end{aligned}$$

avec $y_{j+1}(m,n) = \tilde{y}_j(2m,2n) = (h * x_j)(2m,2n)$
$\hookrightarrow$ solution optimale : système linéaire d'équations de taille égale à la longueur du filtre de mise à jour

Optimisation des filtres de prédiction $\mathbf{p}_j^{(HH)}$, $\mathbf{p}_j^{(LH)}$ et $\mathbf{p}_j^{(HL)}$

Approche de base : minimisation de la variance du signal de détails [Solé, Salembier, 2007] :

$$\forall o \in \{HH, LH, HL\} \quad \text{et} \quad i \in \{0,1,2\},$$
$$\tilde{\mathcal{J}}(\mathbf{p}_j^{(o)}) = \sum_{m,n} \left(x_{j+1}^{(o)}(m,n) \right)^2$$
$$= \sum_{m,n} \left(x_{i,j}(m,n) - (\mathbf{p}_j^{(o)})^\top \tilde{\mathbf{x}}_j^{(o)}(m,n) \right)^2$$

avec $x_{i,j}$ la $(i+1)^{th}$ composante polyphase à prédire,
et $\tilde{\mathbf{x}}_j^{(o)}$ le vecteur de référence.

J. Solé and P. Salembier, "Generalized lifting prediction optimization applied to lossless image compression", *IEEE Signal Processing Letters*, 2007.

Motivation : intérêt des critères ℓ_1

- Théorie de l'information :
  - Hypothèses :

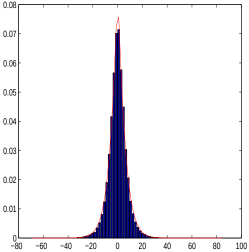
  1) Source gaussienne généralisée d'exposant β

  2) Haute résolution

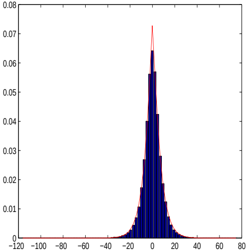
Motivation : intérêt des critères ℓ_1

- Théorie de l'information :
  - Hypothèses :
  1) Source gaussienne généralisée d'exposant β
  2) Haute résolution
  $\hookrightarrow$ minimisation de l'entropie des signaux détails est équivalente à la minimisation de leur norme ℓ_β

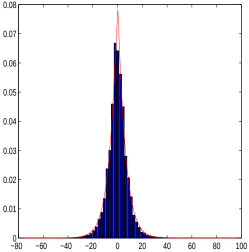
Motivation : intérêt des critères ℓ_1



$$\beta^{(HH)} = 1.15$$

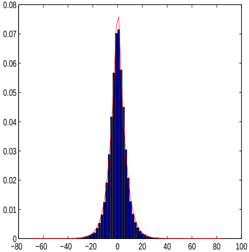


$$\beta^{(LH)} = 1.14$$

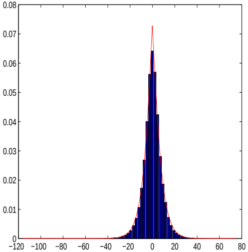


$$\beta^{HL} = 1.07$$

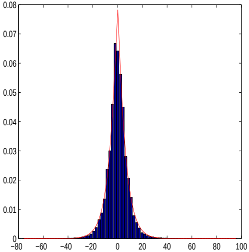
Motivation : intérêt des critères ℓ_1



$$\beta^{(HH)} = 1.15$$



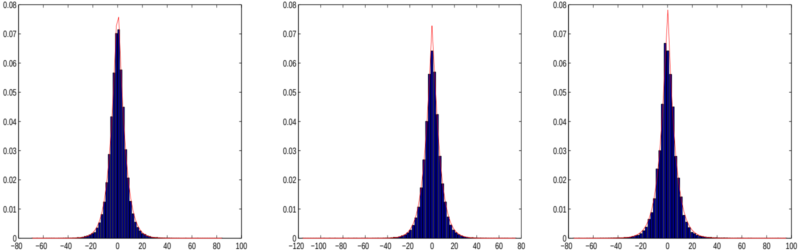
$$\beta^{(LH)} = 1.14$$



$$\beta^{HL} = 1.07$$

$\hookrightarrow$ La minimisation ℓ_1 peut être plus efficace que la minimisation ℓ_2.

Motivation : intérêt des critères ℓ_1

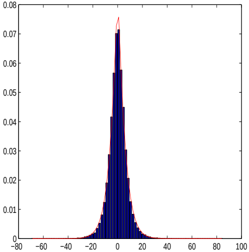


$\beta^{(HH)} = 1.15$ $\beta^{(LH)} = 1.14$ $\beta^{HL} = 1.07$

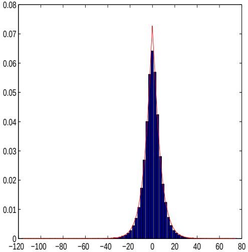
$\hookrightarrow$ La minimisation ℓ_1 peut être plus efficace que la minimisation ℓ_2.

$\hookrightarrow$ La minimisation ℓ_1 produit des représentations parcimonieuses.

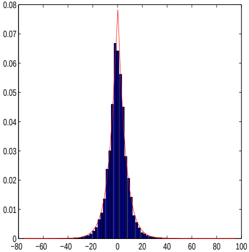
Motivation : intérêt des critères ℓ_1



$$\beta^{(HH)} = 1.15$$



$$\beta^{(LH)} = 1.14$$



$$\beta^{HL} = 1.07$$

$\hookrightarrow$ La minimisation ℓ_1 peut être plus efficace que la minimisation ℓ_2.

$\hookrightarrow$ La minimisation ℓ_1 produit des représentations parcimonieuses.

$\hookrightarrow$ Amélioration du codage de la carte de significativité (dans les codeurs emboîtés)

Optimisation séparée des filtres de prédiction

- Chaque filtre est optimisé en minimisant le critère ℓ_1 suivant :

$$\forall o \in \{HH, LH, HL\} \quad \text{et} \quad i \in \{0,1,2\},$$

$$\mathcal{J}_{\ell_1}(\mathbf{p}_j^{(o)}) = \sum_{m,n} \left| x_{j+1}^{(o)}(m,n) \right|$$

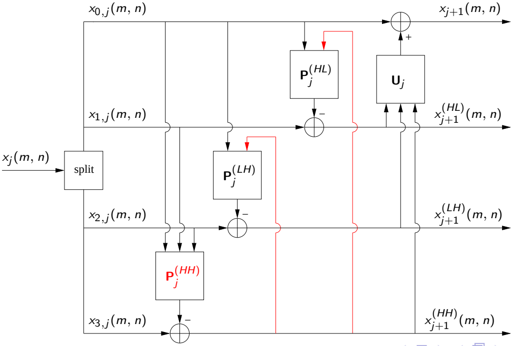
$$= \sum_{m,n} \left| x_{i,j}(m,n) - (\mathbf{p}_j^{(o)})^\top \tilde{\mathbf{x}}_j^{(o)}(m,n) \right|$$

- Minimisation en utilisant l'algorithme de Douglas-Rachford [Combettes, Pesquet, 09].

P.-L. Combettes and J.-C. Pesquet, "Proximal splitting methods in signal processing", *Fixed-Point Algorithms for Inverse Problems in Science and Engineering*, 2010.

Optimisation séparée des filtres de prédiction

- Inconvénient : procédure sous-optimale puisque le signal détail diagonal $x_{j+1}^{(HH)}$ est utilisé pour calculer les signaux détails $x_{j+1}^{(LH)}$ et $x_{j+1}^{(HL)}$.



Optimisation conjointe : motivation

- Solution : Optimiser le filtre de prédiction $\mathbf{p}_j^{HH}$ en minimisant l'erreur de prédiction globale :

$$\mathcal{J}_{w\ell_1}(\mathbf{p}_j^{(HH)}) = \sum_{o \in \{HL,LH,HH\}} \sum_{m,n} \sqrt{w_j^{(o)}} \left| x_{j+1}^{(o)}(m,n) \right|$$

où les $w_j^{(o)}$ sont les poids des sous-bandes détails $x_{j+1}^{(o)}$.
$\hookrightarrow$ Minimisation en utilisant l'algorithme de Douglas-Rachford dans un espace produit.

Optimisation conjointe : motivation

- Problèmes :
  • L'optimisation de $\mathbf{p}_j^{(HH)}$ dépend de celle de $\mathbf{p}_j^{(HL)}$ et $\mathbf{p}_j^{(LH)}$ et inversement.
  • Les poids $w_j^{(o)}$ dépendent des coefficients des filtres de prédiction à optimiser.

Optimisation conjointe : motivation

- Problèmes :
  - L'optimisation de $\mathbf{p}_j^{(HH)}$ dépend de celle de $\mathbf{p}_j^{(HL)}$ et $\mathbf{p}_j^{(LH)}$ et inversement.
  - Les poids $w_j^{(o)}$ dépendent des coefficients des filtres de prédiction à optimiser.

$\hookrightarrow$ un nouvel algorithme itératif permettant l'optimisation conjointe des différents filtres.

Optimisation conjointe : Algorithme proposé

- 1) Initialisation : $it = 0$.
  • Optimiser séparément les filtres de prédiction en minimisant la norme ℓ_1 de chaque signal détail. Les filtres résultants seront notés $\mathbf{p}_j^{(HH,it)}$, $\mathbf{p}_j^{(LH,it)}$ et $\mathbf{p}_j^{(HL,it)}$
  • Optimiser le filtre de mise à jour en minimisant le critère proposé $\hat{\mathcal{J}}(u_j)$
  • Calculer les poids $w_j^{(o,it)}$ de chaque sous-bande de détails ainsi que l'erreur de prédiction globale

Optimisation conjointe : Algorithme proposé

- 2) pour $it = 1, 2, 3, \dots$

  • Fixer $\mathbf{p}_j^{(LH)} = \mathbf{p}_j^{(LH,it-1)}$, $\mathbf{p}_j^{(HL)} = \mathbf{p}_j^{(HL,it-1)}$, et optimiser $\mathbf{P}_j^{(HH)}$ en minimisant $\mathcal{J}_{w\ell_1}(\mathbf{p}_j^{(HH)}) \hookrightarrow \mathbf{p}_j^{(HH,it)}$.

  • Fixer $\mathbf{p}_j^{(HH)} = \mathbf{p}_j^{(HH,it)}$, et optimiser $\mathbf{P}_j^{(LH)}$ en minimisant $\mathcal{J}_{\ell_1}(\mathbf{p}_j^{(LH)}) \hookrightarrow \mathbf{p}_j^{(LH,it)}$

  • Fixer $\mathbf{p}_j^{(HH)} = \mathbf{p}_j^{(HH,it)}$, et optimiser $\mathbf{P}_j^{(HL)}$ en minimisant $\mathcal{J}_{\ell_1}(\mathbf{p}_j^{(HL)}) \hookrightarrow \mathbf{p}_j^{(HL,it)}$

  • Optimiser le filtre de mise à jour en minimisant le critère proposé $\hat{\mathcal{J}}(u_j)$

  • Calculer les poids $w_j^{(o,it)}$ de chaque sous-bande détail ainsi que l'erreur de prédiction globale pondérée

Optimisation conjointe : Algorithme proposé

- 2) pour $it = 1, 2, 3, \ldots$

  • Fixer $\mathbf{p}_j^{(LH)} = \mathbf{p}_j^{(LH,it-1)}$, $\mathbf{p}_j^{(HL)} = \mathbf{p}_j^{(HL,it-1)}$, et optimiser $\mathbf{P}_j^{(HH)}$ en minimisant $\mathcal{J}_{w\ell_1}(\mathbf{p}_j^{(HH)}) \hookrightarrow \mathbf{p}_j^{(HH,it)}$.

  • Fixer $\mathbf{p}_j^{(HH)} = \mathbf{p}_j^{(HH,it)}$, et optimiser $\mathbf{P}_j^{(LH)}$ en minimisant $\mathcal{J}_{\ell_1}(\mathbf{p}_j^{(LH)}) \hookrightarrow \mathbf{p}_j^{(LH,it)}$

  • Fixer $\mathbf{p}_j^{(HH)} = \mathbf{p}_j^{(HH,it)}$, et optimiser $\mathbf{P}_j^{(HL)}$ en minimisant $\mathcal{J}_{\ell_1}(\mathbf{p}_j^{(HL)}) \hookrightarrow \mathbf{p}_j^{(HL,it)}$

  • Optimiser le filtre de mise à jour en minimisant le critère proposé $\hat{\mathcal{J}}(u_j)$.

  • Calculer les poids $w_j^{(o,it)}$ de chaque sous-bande de détails ainsi que l'erreur de prédiction globale pondérée.

- 3) Sélectionner les filtres optimaux obtenus à l'itération donnant la valeur minimale de l'erreur de prédiction globale

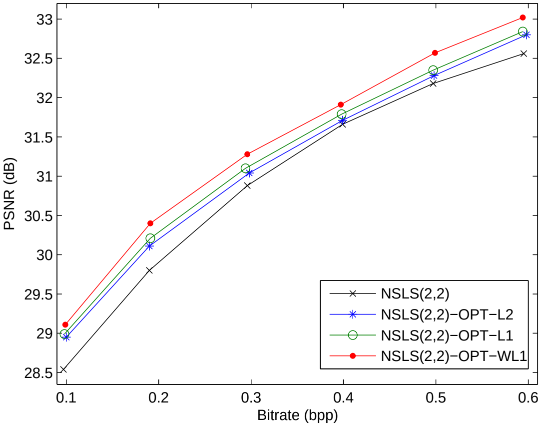
Partie IV

Résultats expérimentaux

Performances des méthodes proposées

- Schéma NSLS(2,2) : Appliquer la transformation en ondelettes 5/3 (en mode non separable) à l'image cible.
- Schéma NSLS(2,2)-OPT-L2 : Optimiser les filtres de prédiction, en minimisant la variance des signaux détails (norme ℓ_2), du schéma NSLS(2,2).
- Schéma NSLS(2,2)-OPT-L1 : Optimiser les filtres de prédiction en minimisant la norme ℓ_1 des signaux détails.
- Schéma NSLS(2,2)-OPT-WL1 : Optimiser les filtres de prédiction en minimisant de façon itérative la somme pondérée des normes ℓ_1 des signaux détails.

Performances en terme de courbe débit-distorsion (PSNR)



PSNR (en dB) en fonction du débit (en bpp) après codage de l'image “einst”

Comparaisons avec la transformation 9/7

		0.05 bpp		0.1 bpp		0.15 bpp	
		NSLS(2,2)-OPT-WL1	9/7	NSLS(2,2)-OPT-WL1	9/7	NSLS(2,2)-OPT-WL1	9/7
elaine	PSNR	**27.85**	27.75	30.25	**30.31**	31.23	**31.34**
	SSIM	**0.669**	0.659	**0.716**	0.714	**0.739**	0.738
	VSNR	**18.44**	18.09	**23.10**	23.05	**25.60**	25.50
castle	PSNR	**25.10**	25.09	27.08	**27.18**	28.36	**28.51**
	SSIM	**0.725**	0.712	**0.790**	0.780	**0.825**	0.821
	VSNR	**17.54**	17.22	**21.55**	21.10	**23.74**	23.40
lena	PSNR	**26.70**	26.68	**29.59**	29.56	31.22	**31.47**
	SSIM	**0.747**	0.734	**0.818**	0.808	0.850	0.850
	VSNR	**15.95**	15.73	**20.56**	20.18	**24.05**	23.95
boat	PSNR	**24.65**	24.55	26.82	**26.86**	28.43	**28.54**
	SSIM	**0.675**	0.661	**0.753**	0.746	**0.806**	0.802
	VSNR	**13.41**	13.03	**17.14**	16.89	**20.24**	19.76

Comparaisons avec la transformation 9/7

(a) : PSNR=29.56 dB, SSIM=0.808, VSNR=20.18 dB (b) : PSNR=29.59 dB, SSIM=0.818, VSNR=20.56 dB

Image "lena" reconstruite à 0.1 bpp :
(a) transformation 9/7 ; (b) NSLS(2,2)-OPT-WL1 .

Comparaisons avec la transformation 9/7

(a) : PSNR=29.56 dB, SSIM=0.808, VSNR=20.18 dB (b) : PSNR=29.59 dB, SSIM=0.818, VSNR=20.56 dB

Image “lena” reconstruite à 0.1 bpp :
(a) transformation 9/7 ; (b) NSLS(2,2)-OPT-WL1 .

Partie V

Conclusion

Conclusion

- Intérêt des schémas de lifting.
- Application de ces schémas dans le contexte de la compression d'images.
- Méthodes d'optimisation des opérateurs de lifting.
- Développement de nouveaux critères parcimonieux pour le codage

Merci pour votre attention