

# Calcul automatique rapide de pseudo-âge géologique sur des images sismiques

MOCTAR MOUNIROU<sup>1</sup>, MIREILLE EL GHECHE<sup>2</sup>, MARC DONIAS<sup>2</sup>, SEBASTIEN GUILLON<sup>1</sup>, YANNICK BERTHOUMIEU<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Total SA, CSTJF Avenue Larribau, 64018 Pau, France

<sup>2</sup> Université de Bordeaux, IPB, Laboratoire IMS CNRS UMR 5218  
351 Cours de la Libération, 33405 Talence Cedex, France

<sup>1</sup>{moctar.mounirou-arouna, sebastien.guillon}@total.com,

<sup>2</sup>{mireille.el-gheche, yannick.berthoumieu, marc.donias}@ims-bordeaux.fr

**Résumé** – Nous proposons une méthode de calcul automatique de pseudo-âges géologiques sur des images sismiques, robuste en présence de discontinuités. Le point clé de l’approche est la formulation variationnelle de la problématique sous la forme d’une minimisation convexe d’énergie  $\ell_1$ . Les algorithmes proximaux mis en œuvre étant relativement lents, une stratégie « multi-échelle » est utilisée afin d’accélérer la convergence de la méthode proposée.

**Abstract** – We propose an automatic and robust method for computing pseudo-geological ages from seismic images in the presence of discontinuities. To do so, we propose a convex variational approach, which consists in minimizing an objective function involving an  $\ell_1$ -norm. Since the  $\ell_1$  minimization problems are solved using relatively slow proximal algorithms, a "multi-scale" strategy is used to accelerate the convergence of the proposed solution.

## 1 Introduction

L’imagerie 3D par réflexion sismique joue un rôle très important en exploration pétrolière et gazière car elle permet d’imager le sous-sol sur des profondeurs allant jusqu’à plusieurs kilomètres. Dans ce contexte, à partir de l’image sismique, identifier l’ordre chronologique de dépôt des couches sédimentaires et estimer leurs pseudo-âges géologiques est une tâche très importante. Ces dernières années, plusieurs solutions algorithmiques ont été proposées afin d’automatiser cette datation, appelée analyse chrono stratigraphique des données sismiques. Il s’agit de construire une image, appelée image GeoTime, attribuant à chaque échantillon un pseudo-âge géologique et, de ce fait, de dater les couches géologiques des plus anciennes aux plus jeunes comme le montre la figure 1. Cet outil est très utile pour une évaluation optimale du placement des puits de pétrole et la construction des réservoirs car il respecte l’architecture stratigraphique.

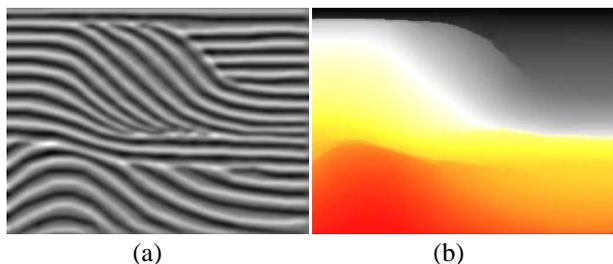


Figure 1: Image GeoTime (b) générée à partir d’une image sismique (a).

Différentes méthodes ont été proposées pour générer une image GeoTime à partir de données sismiques. Ainsi, une des premières méthodes proposées [1][2][3] consiste, à partir d’un ensemble de germes définies sur la donnée sismique, à propager des surfaces (horizons) le long des réflecteurs sismiques. La propagation est

réalisée en maximisant un critère de corrélation ou en résolvant une équation aux dérivées partielles (EDP) non linéaire faisant intervenir les orientations sismiques locales. Les surfaces propagées sont ensuite empilées pour obtenir une image dite de convergence [2]. L’image GeoTime est finalement obtenue en appliquant une intégration verticale sur l’image de convergence. L’inconvénient de cette méthode réside dans la faible robustesse de la procédure de propagation en présence de discontinuités (failles géologiques, dômes de sels, etc.).

Récemment, Wu [4] a proposé une méthode de génération directe de l’image GeoTime basée sur la résolution d’un système d’équations aux dérivées partielles faisant également intervenir les orientations sismiques locales. Bien que cette méthode soit efficace sur des données à structures simples, elle est malheureusement mise en défaut en présence de discontinuités (érosions, failles, etc.). Cette limitation est due au fait que cette approche, comme la plupart des propositions d’estimation d’images GeoTime, repose sur la minimisation d’une fonctionnelle d’énergie en norme  $\ell_2$ .

Nous proposons dans cet article une méthode de construction d’image GeoTime prenant en compte les discontinuités de manière plus satisfaisante. Le point clé de l’approche est la généralisation du problème au-delà d’une minimisation  $\ell_2$  en la reformulant sous la forme d’un problème de minimisation d’énergie  $\ell_1$ . L’algorithme proposé offre une grande flexibilité quant au choix du critère à minimiser et à l’ajout de contraintes/régularisations multiples. La minimisation  $\ell_1$  étant réalisée à l’aide d’algorithmes proximaux coûteux en temps de calculs, une stratégie « multi-échelle » est également développée afin d’accélérer la

convergence de l'algorithme proposé. Par ailleurs, il faut souligner que la méthode peut être implémentée sur une architecture parallèle (multi-cœurs, multiprocesseurs, GPU, ...).

Cet article se décompose en quatre parties. La première partie présente la formulation de la construction de l'image GeoTime comme un problème d'optimisation convexe régularisée. La deuxième partie présente les méthodes utilisées habituellement pour résoudre ces problèmes ainsi que la solution itérative basée sur un algorithme proximal que nous proposons. Les deux dernières parties présentent respectivement la stratégie d'accélération élaborée et les résultats obtenus qui montrent l'apport de notre proposition.

## 2 Formulation du problème

Soit  $I$  une donnée sismique de dimension  $N \times M$  et définie sur un domaine  $\Omega = \{1, \dots, N\} \times \{1, \dots, M\}$ . Une image GeoTime est représentée par une fonction discrète  $\tau \in \mathbb{R}^{N \times M}$  associant une valeur de pseudo-âge géologique à chaque pixel de l'image  $I$ . Les iso-contours de  $\tau$  correspondent alors aux géométries des dépôts sédimentaires. La fonction  $\tau$  est obtenue en imposant l'orthogonalité de ses vecteurs gradients

$\forall (x, y) \in \Omega$ ,

$$\nabla \tau(x, y) = \begin{bmatrix} \nabla^x \tau(x, y) \\ \nabla^y \tau(x, y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau(x+1, y) - \tau(x, y) \\ \tau(x, y+1) - \tau(x, y) \end{bmatrix}$$

aux orientations locales de la sismique

$$\forall (x, y) \in \Omega, \quad \mathbf{t}(x, y) = \begin{bmatrix} t_x(x, y) \\ t_y(x, y) \end{bmatrix}$$

estimées à l'aide de l'approche tensorielle proposée par Donias [1]. Cette relation d'orthogonalité s'écrit :

$$\forall (x, y) \in \Omega, \quad \mathbf{t}(x, y)^T \nabla \tau(x, y) = 0. \quad (1)$$

La fonction  $\tau$  peut être calculée en minimisant une fonction d'erreur globale  $J$  :

$$J(\tau) = \sum_{k \in \Omega} \varphi(\mathbf{t}(k)^T \nabla \tau(k)), \quad (2)$$

où  $k = (x, y)$  représente un point du domaine  $\Omega$  et  $\varphi$  est une fonction de mesure d'erreur convexe, semi-continue inférieurement et propre (par exemple une norme  $\ell_p$  avec  $p \geq 1$ ).

La minimisation du critère énoncé en (2) est un problème mal posé car il admet une infinité de solutions dont les solutions triviales. Aussi, pour pallier ce problème, il est nécessaire d'intégrer des informations a priori de natures variées sur la solution désirée. Ainsi, la fonction  $\tau$  peut-être estimée en minimisant l'énergie  $F$  suivante :

$$F(\tau) = J(\tau) + \alpha R(\tau) \quad (3)$$

où  $R: \mathbb{R}^{N \times M} \rightarrow ]-\infty, +\infty]$  représente le terme de régularisation et  $\alpha > 0$  le poids traduisant l'importance donnée à ce critère de régularisation.

## 3 Résolution du problème

Dans ce paragraphe, nous présentons tout d'abord l'approche basée sur la minimisation de fonctionnelle  $\ell_2$

usuellement utilisée pour estimer la fonction pseudo-âge géologique. Ensuite, l'approche par minimisation  $\ell_1$  que nous proposons est détaillée.

### 3.1 Résolution par minimisation $\ell_2$

Dans [4], Wu propose d'estimer l'image GeoTime  $\tau$  en minimisant (3) avec un choix de la norme  $\ell_2$  comme fonction de mesure d'erreur :

$$\varphi(\cdot) = (\cdot)^2. \quad (4)$$

Par ailleurs, comme introduit par Lomask et Parks dans [7] et [5], il pose

$$\forall (x, y) \in \Omega, \quad \tau(x, y) = y + s(x, y), \quad (5)$$

où  $s$  représente le déplacement vertical. L'équation (3) se réécrit alors :

$$E(s) = \sum_{k \in \Omega} \varphi(\mathbf{t}(k)^T \nabla s(k) + t_y(k)) + \alpha R(s). \quad (6)$$

Ensuite, comme suggéré par Lomask dans [7], il suppose que le temps géologique croît uniformément le long de l'axe vertical. Ceci revient à minimiser les variations de  $s$  le long de la verticale. Sur cette base, il pose

$$R(s) = \sum_{k \in \Omega} \varphi(\nabla^y s(k)). \quad (7)$$

De ce fait, l'estimation de l'image GeoTime se fait en minimisant le critère :

$$E_2(s) = \sum_{k \in \Omega} (\mathbf{t}(k)^T \nabla s(k) + t_y(k))^2 + \alpha (\nabla^y s(k))^2. \quad (8)$$

La minimisation du critère quadratique  $E_2$  se fait par le biais d'une méthode directe (résolution de système linéaire) ou itérative (descente de gradient).

### 3.2 Notre proposition : minimisation $\ell_1$

Les données sismiques comportent souvent des discontinuités telles que les érosions (illustrée dans un cas synthétique en figure 2.a) qui correspondent à des changements brusques de la géométrie des dépôts sédimentaires. Du fait du caractère lissant de la norme  $\ell_2$  utilisée comme fonction de mesure d'erreurs, ces fortes variations de temps géologique ne peuvent être retranscrites dans l'image GeoTime obtenue en utilisant l'approche de Wu. Partant de ce constat, nous proposons de pallier ces limitations en introduisant la norme  $\ell_1$  dans le critère de minimisation énoncé en (3). En effet, la norme  $\ell_1$  est connue pour son aptitude à tolérer les pics de variation et à moins lisser que la norme  $\ell_2$ . Sur cette base, nous proposons donc d'estimer la fonction  $s$  en minimisant le critère formulée en (8) avec comme fonction de mesure d'erreur  $\varphi$  la norme  $\ell_1$  ( $\varphi(\cdot) = |\cdot|$ ). Le pseudo-âge géologique est alors estimé en minimisant le critère suivant :

$$E_1(s) = \sum_{k \in \Omega} |\mathbf{t}(k)^T \nabla s(k) + t_y(k)| + \alpha |\nabla^y s(k)|. \quad (9)$$

Le problème consistant à minimiser le critère  $E_1$  est équivalent à résoudre :

$$\min_{s \in \mathbb{R}^{N \times M}} \|Ls + t_y\|_1 + \alpha \|Ds\|_1, \quad (10)$$

où  $L \in \mathbb{R}^{N \times M}$  et  $D \in \mathbb{R}^{N \times M}$  tels que :

$$\begin{cases} \|Ls + t_y\|_1 = \sum_{k \in \Omega} |\mathbf{t}(k)^T \nabla s(k) + t_y(k)| \\ \text{et} \\ \|Ds\|_1 = \sum_{k \in \Omega} |\nabla^y s(k)| \end{cases}$$

Le problème (10) est résolu à l'aide d'un algorithme proximal « *Primal Dual* » proposé par Condat [8] qui généralise l'algorithme de Chambolle-Pock [9]. La procédure utilisée est détaillée ci-après :

#### Algorithme 1

Initialisations  $x^{(0)} \in \mathbb{R}^{N \times M}$ ,  $y_1^{(0)} \in \mathbb{R}^{N \times M}$  et  $y_2^{(0)} \in \mathbb{R}^{N \times M}$   
 Paramètres  $\mu > 0$ ,  $\sigma > 0$  tels que  $\mu\sigma(\|L\|^2 + \|D\|^2) \leq 1$   
 Itérer pour  $i = 0, 1, \dots$

$$\begin{cases} x^{(i+1)} = x^{(i)} - \mu L^T y_1^{(i)} - \mu D^T y_2^{(i)} \\ y_1^{(i+1)} = \text{prox}_{\sigma(\|\cdot + t_y\|_1^*)} (y_1^{(i)} + \sigma L(2x^{(i+1)} - x^{(i)})) \\ y_2^{(i+1)} = \text{prox}_{\sigma(\alpha\|\cdot\|_1^*)} (y_2^{(i)} + \sigma D(2x^{(i+1)} - x^{(i)})) \end{cases}$$

où  $\|\cdot\|_1^*$  est la conjuguée de Fenchel-Rockafellar de la fonction norme  $\ell_1$ , et  $\text{prox}_{\sigma(\alpha\|\cdot\|_1^*)}$  représente l'opérateur proximal de la fonction  $\sigma(\alpha\|\cdot\|_1^*)$ , qui revient à une simple projection sur l'hypercube  $[-\alpha, \alpha]^{N \times M}$ . Cet algorithme fait intervenir le calcul d'opérateurs proximaux ayant des expressions explicites. Nous renvoyons le lecteur à [10] pour les définitions relatives aux opérateurs proximaux employés.

#### 4 Optimisation par stratégie multi-échelle

Une stratégie multi-échelle de type pyramidale permet de réduire la durée d'exécution de la méthode proposée tout en conduisant à des résultats quasi-identiques. A partir de champs d'orientation locale  $\mathbf{t}_i$ ,  $i = 0 \dots P - 1$ , préalablement estimés à  $P$  échelles en tenant compte de leur spécificité [6], il s'agit ici de construire l'image GeoTime en partant de la résolution la plus basse  $P - 1$ .

Dans la voie descendante, le champ d'orientation locale  $\mathbf{t}_0$ , à la résolution native, est donné par le vecteur propre associé à la plus petite valeur propre de la diagonalisation du tenseur de structure calculé en tout point de la donnée. Chaque champ d'orientation locale  $\mathbf{t}_i$ ,  $i = 1 \dots P - 1$  d'un étage inférieur est alors obtenu par le moyennage des composantes du tenseur de structure de l'étage supérieur  $i-1$  suivi d'un sous-échantillonnage par un facteur 2 avant de procéder à la diagonalisation du tenseur de structure résultant.

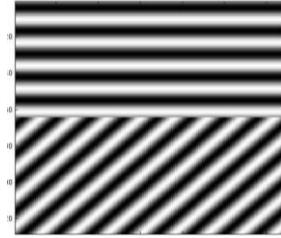
Dans la voie remontante, l'image GeoTime la moins résolue  $\tau_{P-1}$  est tout d'abord reconstruite. Chaque image GeoTime  $\tau_i$ ,  $i = P - 2 \dots 0$  d'un étage supérieur est initialisée par l'image Geotime de l'étage inférieur, suréchantillonnée par un facteur 2 à l'aide d'une technique classique d'interpolation (par exemple bi-

cubique) et également multipliée point à point par un coefficient égal à 2.

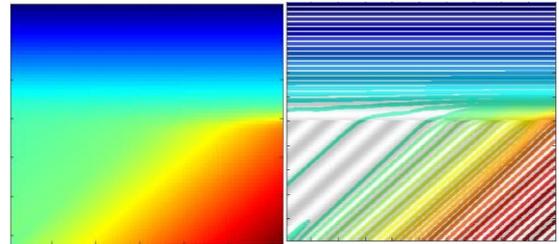
Cette stratégie permet d'obtenir très rapidement une estimation de l'image GeoTime à la plus basse échelle et d'obtenir une nouvelle estimée avec un nombre plus faible d'itérations dans les étages supérieurs. En pratique, elle conduit à des gains de l'ordre de 30 pour une minimisation  $\ell_1$  opérée sur 4 échelles.

#### 5 Résultats

Les approches d'extraction d'image GeoTime par minimisation  $\ell_1$  et par l'approche proposée par Wu ont été évaluées sur des données synthétique et réelle (figures 2 et 3) afin de les comparer entre elles. Pour les expériences, nous avons utilisé une stratégie multi-échelle à  $P = 4$  étages et comme paramètres de régularisation  $\alpha = 0,01$  aux 3 plus basses échelles ( $i = 1 \dots 3$ ) et  $\alpha = 0,07$  à l'échelle originelle. Dans le cas de l'approche par minimisation  $\ell_1$  nous avons en plus utilisé  $\mu = 0,1$  et  $\sigma = \frac{1}{\mu(\|L\|^2 + \|D\|^2)}$  comme paramètres (cf Algorithme1). Les résultats obtenus montrent que l'utilisation de la norme  $\ell_1$  permet d'améliorer la robustesse en présence de discontinuités.

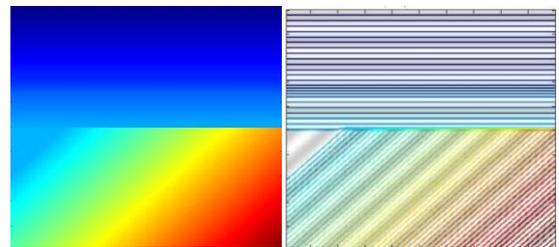


(a)



(b)

(c)

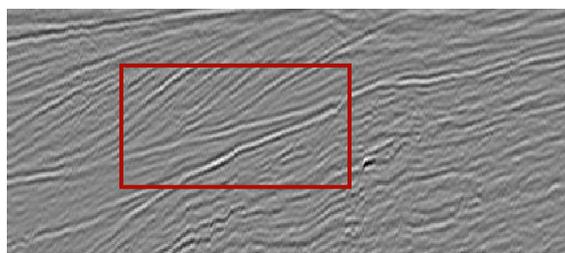


(d)

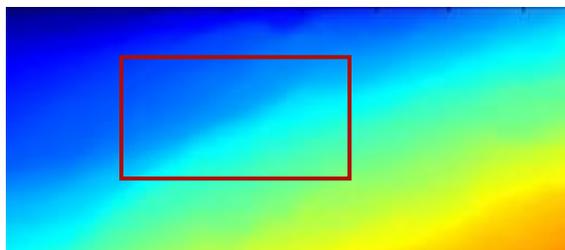
(e)

Figure 2 : (a) Donnée sismique synthétique, (b) résultat obtenu avec l'approche de Wu (norme  $\ell_2$ ), (d) résultat obtenu avec l'approche proposée (norme  $\ell_1$ ), (c) (resp. (e)) représente les isocontours de (b) (resp. (d)) superposés à la donnée initiale.

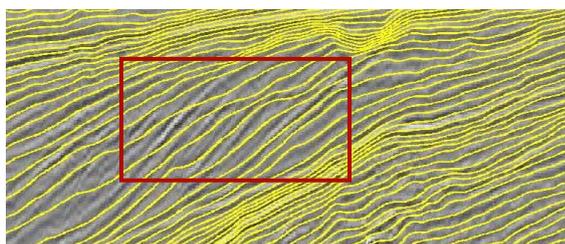
En effet, dans le cas d'une donnée synthétique comportant une érosion (figure 2.a), on observe que la discontinuité est parfaitement respectée et retranscrite dans l'image GeoTime obtenue à l'aide de notre approche (figure 2.b) que dans celle issue de l'approche



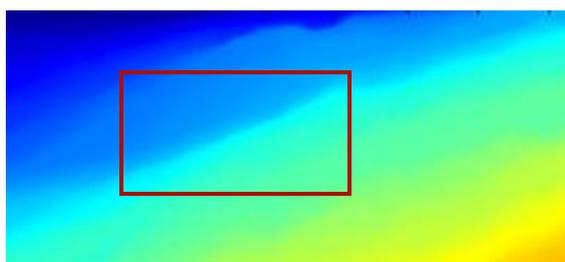
(a)



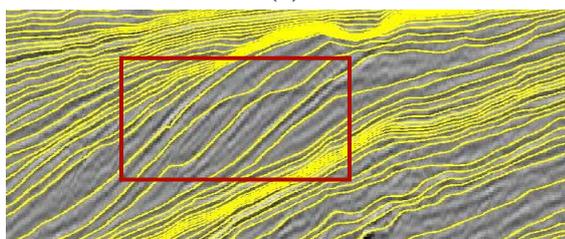
(b)



(c)



(d)



(e)

**Figure 3:** (a) Donnée sismique réelle, (b) résultat à l'aide de l'approche de Wu (norme  $\ell_2$ ) et (d) le résultat l'approche proposée (norme  $\ell_1$ ). (c) (resp. (e)) représente les iso-contours de (b) (resp. (d)).

de Wu (figure 2.d) utilisant la norme  $\ell_2$ . Aussi, les valeurs prises par la fonction pseudo-âge géologique aux voisinages de la discontinuité et les iso-contours ne sont pas lissés comme c'est le cas avec l'approche de Wu (figures 2.c et 2.e).

Appliquée sur une donnée réelle (figure 3.a), l'approche proposée permet une meilleure identification des interfaces géologiques. Comme le montrent les résultats, les limites internes de la progradation sont beaucoup mieux détectées et mises en valeur avec l'approche que nous proposons (figure 3.d) tandis qu'elles sont lisses dans le cas de l'approche  $\ell_2$  (figure 3.b). Par ailleurs, les iso-contours de l'image GeoTime

issues de l'approche proposée suivent mieux les réflecteurs sismiques par les iso-contours que ceux issues de l'approche de Wu qui eux traversent par moment les réflecteurs sismiques (voir encadrés rouges). Cela met en évidence la robustesse de la solution proposée par rapport à l'approche de Wu.

## 6 Conclusion

Nous avons proposé une approche de construction automatique d'images GeoTime efficace en présence de discontinuités. Le point clé de l'approche est la reformulation du problème sous forme de minimisation d'énergie en norme  $\ell_1$ , tirant ainsi profit de l'aptitude de la norme  $\ell_1$  à tolérer les discontinuités. Le problème formulé est résolu à l'aide d'un algorithme proximal. Les algorithmes proximaux étant coûteux en temps de calcul, une stratégie multi-échelle a été élaborée afin d'accélérer la convergence de l'algorithme proposée, induisant de ce fait un gain en temps de calcul conséquent. L'évaluation de l'approche sur des données synthétiques et réelles présentant des discontinuités mettent en évidence sa robustesse.

## Références

- [1] M. Donias, "Caractérisation de champs d'orientation par analyse en composantes principales et estimation de la courbure : application aux images sismiques", thèse de doctorat, Université de Bordeaux I, 1999.
- [2] N. Keskes, S. Guillon, M. Donias, P. Baylou, and F. Pauget, "Method of chronostratigraphic interpretation of seismic cross section or block", License US 2001/0036294 A1, 2001.
- [3] S. Guillon, N. Keskes, J. Gallon, and M. Donias, "Geotime: A 3D automatic tool for chronostratigraphic seismic interpretation and filtering," *The leading edge*, 2013.
- [4] X. Wu and D. Hale, "Horizons volumes with interpreted constraints", *Geophysics*, vol. 80, n°2, pp. 21-33, March-April 2015.
- [5] D. Parks, "Seismic image flattening as a linear inversion problem", Master thesis, Colorado School of Mines, USA, 2010.
- [6] A. Akl, Ch. Yaacoub, M. Donias, J.-P. Da Costa and Ch. Germain, "Texture synthesis using the structure tensor", *IEEE Transactions on Image Processing*, Volume 24, No 11, pp. 4082-4095, November 2015.
- [7] J. Lomask, A. Guitton, S. Fomel, J. Claerbout, and A. Valenciano, "Flattening without picking", *Geophysics*, vol. 71, no. 4, pp. 13-20, 2006.
- [8] L. Condat, "A primal-dual splitting method for convex optimization involving lipschitzian, proximal and linear composite terms", *Journal of Optimization and Applications*, vol. 158, no. 2, pp. 460-479, Aug 2013.
- [9] A. Chambolle and T. Pock, "A first-order primal dual algorithm for convex problems with applications to imaging," *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, vol. 40, no. 1, pp. 120-145, 2011.
- [10] P. L. Combettes and J.-C. Pesquet, "Proximal splitting methods in signal processing," in *Fixed-Point Algorithms for Inverse Problems in Science and Engineering*, H. H. Bauschke, R. Burachik, P. L. Combettes, V. Elser, D. R. Luke, and H. Wolkowicz, Eds. New York, USA: Springer-Verlag, 2011, pp. 185-212.