

Gabriel Peyré
CNRS et CEREMADE,
Université Paris-Dauphine
gabriel.peyre@ceremade.dauphine.fr

Rapport sur le manuscrit de thèse
Image Restoration in the presence of Poisson-Gaussian noise
Présenté par Anna Jezierska

Paris, 14 avril 2013.

Les travaux de thèse d'Anna Jezierska traitent de la restauration d'images par méthodes variationnelles. Il s'agit d'un domaine de recherche très actif et compétitif, à la croisée des chemins entre les mathématiques appliquées, le traitement d'images et l'algorithmique rapide. Les contributions présentées dans cette thèse sont diverses et s'attaquent à l'ensemble de la chaîne de traitements, depuis l'estimation du bruit jusqu'à l'algorithmique permettant de prendre en compte des a priori non-convexes sur les images.

Une des motivations principales de ces recherches est la restauration d'images issues de la microscopie confocale. Ce type de données nécessite le développement de modèles avancés à la fois pour le bruit et pour les images. Ce fil directeur permet à Anna Jezierska de construire un faisceau cohérent de contributions de premier plan. Parmi l'ensemble de ces travaux, je retiendrais particulièrement l'introduction de méthodes d'optimisation hybrides, mêlant des variables continues et discrètes. Ceci permet de résoudre de façon efficace des problèmes non-convexes de quantification vectorielle et d'estimation dans un modèle de bruit mixte Poisson-Gaussien. Cette approche est remarquable car elle montre la maîtrise de méthodes d'optimisation variées (éclatement d'opérateurs monotones, coupe dans les graphes, etc.). Elle montre aussi un réel souci de rigueur mathématique, à travers des preuves de validité des algorithmes (propriété des fonctionnelles, convergence des méthodes), ce qui est crucial pour faire avancer l'état de l'art sur ces problèmes difficiles.

Le premier chapitre est une introduction aux problématiques liées à la restauration d'images, avec des illustrations en imagerie confocale. Cette présentation est pédagogique et mathématiquement irréprochable. Les différentes méthodes qui seront utilisées dans la thèse (estimation statistique, éclatement d'opérateurs monotones, optimisation non-convexe, optimisation discrète) sont présentées de façon précise.

Le deuxième chapitre s'attaque à la quantification vectorielle avec régularisation. Il s'agit, à ma connaissance, de la première étude complète de ce problème. La nature à la fois continue (valeurs quantifiées) et discrète (centres de quantification) des variables

rend sa résolution difficile. La contribution d'Anna Jezierska consiste en une modélisation du problème sous forme variationnelle et le développement d'une technique d'optimisation non-convexe. L'algorithme alterne entre une optimisation convexe continue (par méthode proximale) et la résolution d'un problème d'optimisation discret (avec des coupes de graphe). Les expériences numériques sont convaincantes et montrent en particulier l'intérêt de la méthode en présence de bruit dans l'image à quantifier.

Anna Jezierska étudie dans le troisième chapitre l'estimation des paramètres d'un bruit de type Poisson-Gaussien. La méthode proposée maximise la vraisemblance, ce qui est un problème d'optimisation non-convexe. L'algorithme correspond à une approche de type EM (expectation-maximisation), qui alterne entre un calcul approché de l'espérance et le calcul du maximum de cette approximation. Un soin particulier est apporté à la résolution précise de chaque étape, en particulier à l'initialisation de l'algorithme avec une méthode des moments. Une étude théorique établit les bornes de Cramer-Rao. Ce chapitre présente une contribution significative, qui constitue une des parties les plus originales de ce travail de thèse.

Le chapitre 4 étend la méthode développée au chapitre précédent afin de pouvoir traiter une image et non plus une série temporelle. Ceci nécessite d'exploiter la régularité spatiale de cette image. La technique proposée s'inspire habilement de la technique de quantification introduite au chapitre 2, en utilisant une régularisation combinatoire du champ discret des intensités. L'algorithme développé est cependant plus complexe car il requiert l'estimation des paramètres du bruit en même temps que les centres de quantification. Cette estimation est effectuée à l'aide d'une méthode EM qui étend celle développée au chapitre 3. Des illustrations numériques convaincantes sont présentées en utilisant la régularisation par variation totale.

La résolution de problèmes inverses avec bruit Poisson-Gaussien abordée au chapitre 5 constitue le point culminant de cette thèse. Anna Jezierska propose d'utiliser un algorithme primal-dual récemment introduit par Combettes et Pesquet. La contribution principale de ce chapitre consiste à montrer que la fonctionnelle d'attache aux données pour un bruit Poisson-Gaussien (et même Gaussien généralisé) vérifie les hypothèses assurant la convergence de la méthode. Cet algorithme est appliqué sur des images confocales, ce qui permet d'estimer précisément les paramètres à retrouver grâce aux séries temporelles complètes analysées au chapitre 3. La méthode est testée en déconvolution à l'aide d'a priori de type variation totale.

Les deux derniers chapitres de la thèse d'Anna Jezierska se concentrent sur le développement d'algorithmes pour la minimisation de fonctionnelles parcimonieuses non-convexes. Le chapitre 6 se concentre sur les régularisations qui sont convexes autour de 0, puis sont tronquées. La technique proposée généralise la coupe de graphe (graph-cuts) pour effectuer une optimisation combinatoire multi-étiquettes (multi-labels). Le cœur de la contribution est l'introduction de deux itérations (par quantification et par descente convexe) qui permettent de faire décroître l'énergie pour des a priori convexes tronqués. L'évaluation sur un problème de débruitage montre que la méthode se compare favorablement à l'état de l'art en optimisation combinatoire multi-étiquettes à la fois en terme de performance et de rapidité.

Le chapitre 7, qui clôt la thèse d'Anna Jezierska, applique une méthode de type majoration-minimisation (MM) développée récemment par Chouzenoux et al. afin de minimiser des fonctionnelles de régularisation non-convexes. Comme au chapitre précédent,

les régularisations sont des fonctionnelles tronquées, qui permettent d’approcher des minimiseurs de la pseudo-norme ℓ_0 . Les contributions de ce chapitre sont tout d’abord le développement d’une classe de fonctions maximisantes tangentes en un point et l’analyse de la convergence de l’algorithme avec ces fonctions maximisantes. Cette analyse repose sur l’exploitation d’une hypothèse de régularité dite de Kurdyka-Lojasiewicz. Ceci recouvre un grand nombre de fonctionnelles, comme par exemple celles dont le graphe est algébrique par morceaux. La méthode proposée est appliquée en débruitage, ce qui permet une comparaison avec des techniques d’optimisation à la fois continues et discrètes (en particulier celle développée au chapitre 6). La technique d’optimisation continue proposée obtient des performances similaires aux méthodes discrètes, mais avec un temps de calcul moindre. Enfin, l’algorithme est testé sur un problème de déconvolution, ce qui ne permet pas l’utilisation de méthodes d’optimisation discrète et montre que l’algorithme est plus efficace que des algorithmes classiques de type quasi-Newton.

La thèse d’Anna Jeziarska présente de nombreuses avancées significatives en mathématiques appliquées au traitement d’images. Cet ensemble de contributions constitue un corpus cohérent autour de la régularisation non-convexe avec des a priori réalistes sur le bruit et les images. Les garanties théoriques alternent avec des contributions plus appliquées. Les illustrations numériques démontrent un réel souci d’implémentation sur des données réelles. Les méthodes proposées vont significativement plus loin que l’état de l’art, à la fois en terme de qualité des résultats, de vitesse des algorithmes et de garanties théoriques. J’émet donc un avis très favorable à la soutenance de cette thèse.

Bien cordialement,

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'G. Peyré', with several overlapping strokes and a large flourish at the end.

Gabriel Peyré