Université de Marne la Vallée
L3 SM

Bases du Signal

TD N° 3

Exercice 1

Calculer la transformée en z du signal $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ tel que

$$\forall n \in \mathbb{Z}, \qquad x_n = \begin{cases} \alpha^n & \text{si } n \geq 0 \\ \beta^n & \text{si } n < 0 \end{cases}$$

où $(\alpha, \beta) \in (\mathbb{C}^*)^2$. On précisera le domaine de définition de la TZ. Quand cela est possible, on indiquera également l'expression de la TF du signal.

Exercice 2

1. Calculer la TZ de
$$x_n = \begin{cases} \dfrac{\beta^n}{n!} & \text{si } n \geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$
où $\beta \in \mathbb{C}$, et son domaine de définition.
2. Calculer la TZ de
$$y_n = \begin{cases} n\,\alpha^n & \text{si } n \geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$
où $\alpha \in \mathbb{C}^*$, et son domaine de définition.
3. Les signaux $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ et $(y_n)_{n\in\mathbb{Z}}$, échantillonnés avec la période T, sont délivrés par deux sources avec un retard $T/2$ entre les deux. On construit le signal multiplexé $(s_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ en prenant : $s_0 = x_0$, $s_1 = y_0$, $s_2 = x_1$, $s_3 = y_1$,...
Calculer la TZ de $(s_n)_{n\in\mathbb{Z}}$.

Exercice 3

Pour tout $k \in \mathbb{N}$, on définit le signal $(h_n^{(k)})_{n\in\mathbb{Z}}$ par

$$\forall n \in \mathbb{Z}, \qquad h_n^{(k)} = \begin{cases} \begin{pmatrix} k \\ n \end{pmatrix} = \dfrac{k!}{n!(k-n)!} & \text{si } n \in \{0, \ldots, k\} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

1. Que vaut la TZ de ce signal ?
2. En déduire la relation liant $(h_n^{(k+1)})_{n\in\mathbb{Z}}$ à $(h_n^{(k)})_{n\in\mathbb{Z}}$
3. Soit $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ un signal de TZ $X(z)$, comment peut-on calculer récursivement $(h_n^{(k)} * x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$, pour k variant dans $\mathbb{N}$?