

Traitement du Signal Déterministe

TD N° 3

Le but de cet exercice est l'étude du signal

$$e(t) = \frac{2\alpha}{\alpha^2 + 4\pi^2 t^2}, \quad \alpha \in \mathbb{R}_+^*$$

qui modélise une impulsion émise par un sonar.

1. On considère $x(t) = e^{-\alpha|t|}$. Ce signal est-il stable? Est-il d'énergie finie? Quel est le sens physique du paramètre α de ce signal?
2. Soit $\hat{x}(f)$ la transformée de Fourier de $x(t)$ (qu'il ne sera pas nécessaire de calculer dans cette question). Montrer que $\hat{x}(f)$ est une fonction réelle et paire. Que vaut

$$\int_{-\infty}^{\infty} \hat{x}(f)^2 df \quad ?$$

3. Déterminer maintenant $\hat{x}(f)$.
4. En déduire la transformée de Fourier $\hat{e}(f)$ de $e(t)$. Que vaut l'énergie de ce signal? Quelle est sa puissance moyenne?
5. Le sonar reçoit un écho $r(t)$ provenant d'une cible. On suppose que chaque composante fréquentielle $\hat{r}(f)$ de $r(t)$ (pour chaque fréquence $f \in \mathbb{R}$) est obtenue à partir de $\hat{e}(f)$ par un "facteur d'atténuation" :

$$a(f) = e^{-i2\pi\theta f - \beta|f|}, \quad (\theta, \beta) \in \mathbb{R}_+^2.$$

Donner l'expression de $r(t)$. Quelle interprétation peut-on donner au paramètre θ ?