Université de Marne la Vallée
M1 ET

Traitement du Signal Avancé

TD N° 5

Filtrage de Wiener

Préliminaire

- Une image $(g_{n,m})_{0 \leq n < N, 0 \leq m < M}$ est une version dégradée d'une image d'origine $(f_{n,m})_{0 \leq n < N, 0 \leq m < M}$. La dégradation peut être modélisée par un filtrage 2D et l'addition d'un bruit blanc centré, de variance σ_b^2. L'image $f_{n,m}$ est supposée être une réalisation d'un processus aléatoire 2D stationnaire, indépendant de ce bruit. La réponse fréquentielle du filtre (ou plus exactement la DFT 2D de sa réponse impulsionnelle) est notée $(H_{k,l})_{0 \leq k < N, 0 \leq l < M}$.
- L'objectif de ce travail est de produire une image restaurée $(\widehat{f}_{n,m})_{0 \leq n < N, 0 \leq m < M}$ par filtrage de Wiener.
- Le filtrage de Wiener 2D peut être approximé efficacement à l'aide de techniques de FFT 2D. En effet, on montre que la DFT 2D, $(\widehat{F}_{k,l})_{0 \leq k < N, 0 \leq l < M}$ de $(\widehat{f}_{n,m})_{0 \leq n < N, 0 \leq m < M}$ vaut approximativement
$$\frac{H_{k,l}^* G_{k,l}}{|H_{k,l}|^2 + \sigma_b^2 S_{k,l}^{-1}}. \tag{1}$$
où $(G_{k,l})_{0 \leq k < N, 0 \leq l < M}$ est la DFT 2D de $(g_{n,m})_{0 \leq n < N, 0 \leq m < M}$ et $(S_{k,l})_{0 \leq k < N, 0 \leq l < M}$ est la densité spectrale de puissance de l'image $(f_{n,m})_{0 \leq n < N, 0 \leq m < M}$ aux fréquences spatiales $(k/N, l/M)_{0 \leq k < N, 0 \leq l < M}$.

Travail à réaliser

1. Télécharger l'image $g_{n,m}$ correspondant à la version dégradée de l'image d'origine $f_{n,m}$. ainsi que la réponse fréquentielle $H_{k,l}$ modélisant la distorsion subie par l'image.
2. Selon vous, de quel type de dégradation s'agit-il ? Calculer l'erreur quadratique moyenne entre l'image originale et sa version dégradée.
3. Déterminer le bruit de mesure en calculant la DFT 2D inverse (fonction fft(.,1)) de
$$G_{k,l} - H_{k,l} F_{k,l}$$
où $(F_{k,l})_{0 \leq k < N, 0 \leq l < M}$ est la DFT 2D de $(f_{n,m})_{0 \leq n < N, 0 \leq m < M}$. Vérifier que ce bruit est centré. Tracer son histogramme à l'aide de la commande histplot. Calculer son écart-type σ_b (fonction st_deviation).

   Dans la suite, on cherchera à produire une image restaurée $\widehat{f}_{n,m}$, à partir de l'image dégradée $g_{n,m}$. L'image originale $f_{n,m}$ (indisponible dans la réalité) est fournie afin de pouvoir évaluer l'erreur de restauration.
4. Si l'on suppose que le bruit est de variance nulle dans (1), on met en œuvre le *filtre inverse*. Observer l'image reconstruite à l'aide de ce filtre. Calculer ses valeurs minimale et maximale.

5. On modélise l'image $f_{n,m}$ par un bruit blanc d'écart-type σ_f et l'on prend désormais en compte la valeur de la variance du bruit. Mettre en œuvre le filtre de Wiener et mesurer ses performances.

   Comment cette méthode se situe-t-elle par rapport à la précédente ?

   Comment pourrait-on améliorer les résultats obtenus ?