

Canaux à trajets multiples.

Les canaux à trajets multiples I.

Rappel, forme du signal modulé.

$$\begin{aligned}x_r(t) &= \operatorname{Re}\left(\sum_{n \in \mathbb{Z}} a_n g(t - nT)\right) e^{2i\pi f_0 t} \\ &= \left(\sum_{n \in \mathbb{Z}} a_n^1 g(t - nT)\right) \cos(2\pi f_0 t) - \left(\sum_{n \in \mathbb{Z}} a_n^2 g(t - nT)\right) \sin(2\pi f_0 t)\end{aligned}$$

Les canaux à trajets multiples II.

Forme du signal reçu.

$$y_r(t) = \sqrt{\frac{2E_s}{T}} \sum_{l=0}^L \mu_l x_r(t - \tau_l) + b_r(t)$$

avec $\sum_l \mu_l^2 = 1$. Par convention, on prend $\tau_0 = 0$.

Le signal reçu est une somme de versions pondérées et retardées du signal reçu.

Les canaux à trajets multiples III.

La cause : réflexions.

- En communications hertziennes, réflexions de l'onde électromagnétique sur des obstacles : sol, couches atmosphériques, bâtiments.
- En communications filaires (ex. ADSL), réflexions dues à des problèmes de propagation guidée

Conséquences des trajets multiples I.

Forme de $\frac{1}{\sqrt{2}} \times$ enveloppe complexe du signal reçu.

$$y_r(t) = \sqrt{\frac{2E_s}{T}} \operatorname{Re}(\sum_l \mu_l x(t - \tau_l) e^{2i\pi f_0(t - \tau_l)}) + b_r(t)$$

$$\begin{aligned} y(t) &= \sqrt{\frac{E_s}{T}} \sum_l \mu_l e^{-2i\pi f_0 \tau_l} x(t - \tau_l) + b(t) \\ &= \sqrt{\frac{E_s}{T}} \sum_l \lambda_l x(t - \tau_l) + b(t) = \sum_n a_n h(t - nT) + b(t) \end{aligned}$$

avec $h(t) = \sum_l \lambda_l g(t - \tau_l)$.

Conséquences des trajets multiples II.

Trajets multiples : modification du filtre de mise en forme.

Situation I, si $g(t - \tau_l) \sim g(t)$, $h(t)$ proportionnel à $g(t)$, pas de grand changement.

$g(t - \tau_l) \sim g(t)$ équivaut à $\tau_l \ll T$

Exemple numérique du GSM : $T \sim 0.310^{-5}$ sec, $\tau = \frac{d}{c}$ avec $c = 3.10^8$ m/sec.

Vrai si $d \sim$ qq centaines de mètres.

Conséquences des trajets multiples III.

Situation II, si $g(t - \tau_l) \neq g(t)$, ce qui se produit si l'un des τ est de l'ordre de T .

$h(t) * g(-t)$ et $h(t) * h(-t)$ ne sont pas des filtres de Nyquist : interférence entre symboles à la sortie du filtre adapté.

$$y_n = \sqrt{E_s} \sum_l h_l a_{n-l} + b_n$$

Décider le symbole par simple inspection de y_n est suicidaire.

Conséquences des trajets multiples IV.

Illustration.

$T = 20$, canal à 6 trajets de mêmes puissances et de temps de retards $0, T/2, T, 3T/2, 2T, 5T/2$

Sorties de filtre adapté.

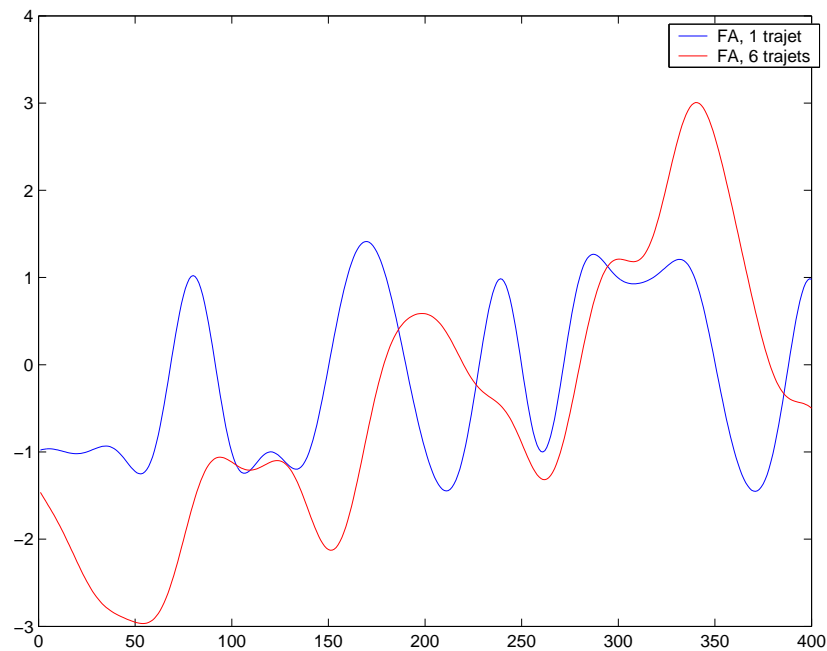


Diagramme de l'oeil, 1 trajet

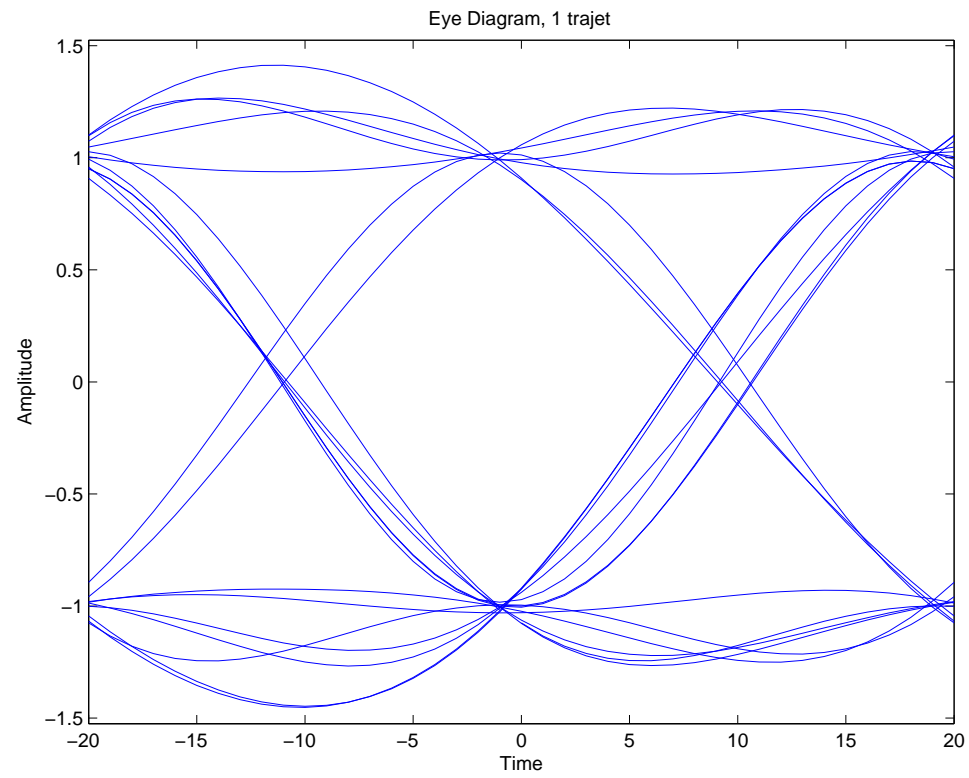
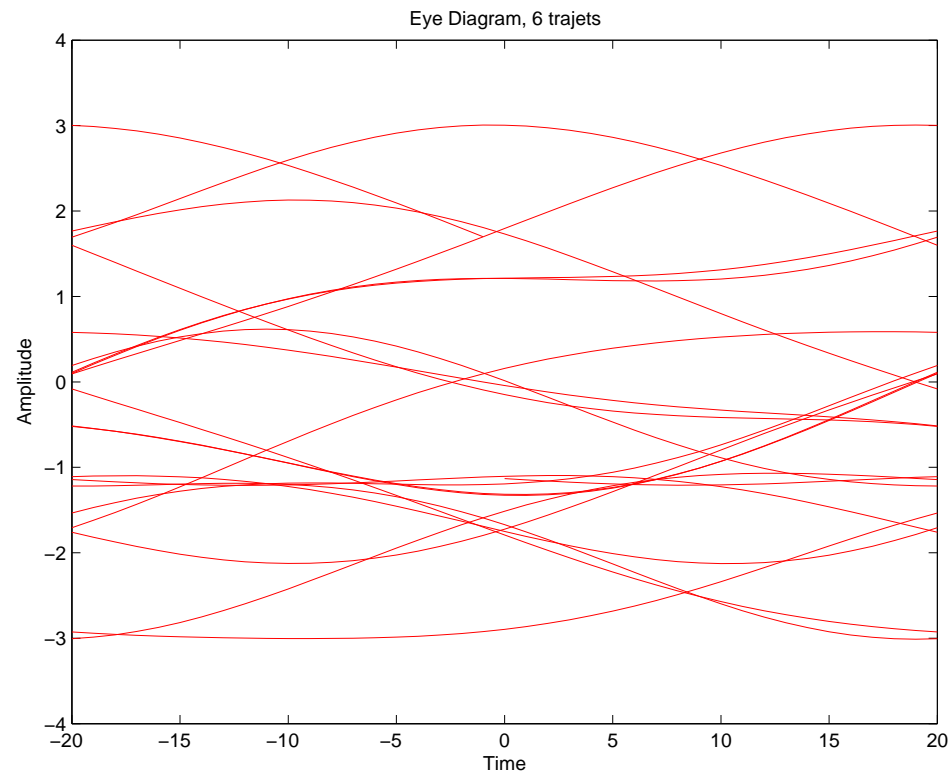


Diagramme de l'oeil, 6 trajets



Solutions aux problèmes occasionnés par les trajets multiples.

Signal reçu en sortie de filtre adapté ($g(-t)$)

$$y_n = \sqrt{E_s} \left(\sum_{l=0}^L h_l a_{n-l} \right) + b_n$$

Problème : estimer de la façon la plus fiable possible les symboles a_n à partir des observations y_n .

Nécessité de connaître les coefficients h_l .

Les symboles d'apprentissage.

En pratique, symboles d'apprentissage (connus du récepteur) transmis par l'émetteur afin de permettre l'estimation des $\sqrt{E_s}h_l$.

Solution basique : Estimer les $\sqrt{E_s}h_l$ en minimisant

$$\sum_{n=0}^{N_a} \left| y_n - \sum_{l=0}^L \sqrt{E_s}h_l a_{n-l} \right|^2$$

où les $(a_n)_{n=0, N_a}$ sont les symboles d'apprentissage.

- Communications filaires, hertziennes point à point : les coefficients $\sqrt{E_s}h_l$ peuvent être considérés comme constants. Estimation au début de la communication + rafraichissement de temps en temps (ADSL)
- Communications mobiles : les coefficients varient vite. Envoyer des suffisamment de symboles d'apprentissage très régulièrement pour re-actualiser les coefficients → peut faire chuter le débit utile de façon significative (jusqu'à 50 pour cent de symboles d'apprentissage dans l'UMTS).

Les coefficients $(\sqrt{E_s}h_l)_{l=0,L}$ sont supposés connus I.

Récepteur minimisant la probabilité d'erreur.

Observation $(y_n)_{n=0,N}$. Trouver la séquence de symbole $(a_n)_{n=0,N}$ telle que

$$\sum_{n=0}^N |y_n - \sum_{l=0}^L \sqrt{E_s}h_l a_{n-l}|^2$$

soit minimum.

Idée de la complexité.

- Méthode bête, 2^N en BPSK, 4^N en QPSK....., irréalisable
- Méthode astucieuse, algorithme de Viterbi, $N2^{L+1}$ en BPSK, $N4^{L+1}$, etc....Faisable, mais souvent trop complexe.

Les coefficients $(\sqrt{E_s}h_l)_{l=0,L}$ sont supposés connus II.

Les filtres égaliseurs.

$\sum_{l=0}^L \sqrt{E_s}h_l a_{n-l}$ est la sortie du filtre de fonction de transfert
 $h(f) = \sum_{l=0}^L \sqrt{E_s}h_l e^{-2i\pi l f}$ excité par le signal à temps discret a_n .

Appliquer au signal y_n un filtre de fonction de transfert $g(f) = \sum_k g_k e^{-2i\pi k f}$ choisi de façon à ce que

$$g(f)h(f) \simeq 1 \implies \sum_k g_k y_{n-k} \simeq a_n + \sum_k g_k b_{n-k}$$

Faire un compromis entre la nécessité de $g(f)h(f) \simeq 1$ et la variance de $\sum_k g_k b_{n-k}$.

Souvent moins nettement moins performants que le détecteur optimal surtout si L est grand.

Conclusions

- Détecteur optimal performant, mais pas praticable si L est trop grand.
- Filtres égaliseurs moins complexes, mais moins performants surtout si L est trop grand
- En pratique, il est difficile de mettre en oeuvre des techniques de ce type lorsque L devient de l'ordre de 10.
- Si L plus grand que 10, utiliser d'autres techniques de transmission.